Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

20. Juni 2001

9. Übungsblatt zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* X, Y seien beliebige, nicht notwendigerweise unabhängige Zufallsvariablen. Dann ist $V(X+Y) \geq V(X) + V(Y)$.

2) *Richtig oder falsch:* X, Y seien beliebige, nicht notwendigerweise unabhängige Zufallsvariablen. Dann ist $V(X+Y) \leq V(X) + V(Y)$.

3) Sei $f(x) = 1$ für $x \in [0, 2]$ und $f(x) = 0$ sonst. Was ist $(f * f)(1)$?

4) *Richtig oder falsch:* Die Summe zweier unabhängiger gleichverteilter kontinuierlicher Zufallsvariablen ist wieder gleichverteilt.

5) *Richtig oder falsch:* Die Summe zweier unabhängiger gleichverteilter diskreter Zufallsvariablen ist wieder gleichverteilt.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Die Betriebsdauer eines bestimmten Notebooks mit einem vollem Akku sei normalverteilt mit Mittelwert vier Stunden und Standardabweichung ($= \sqrt{\text{Varianz}}$) eine Stunde.

a) T sei die mögliche Betriebsdauer des Notebooks mit vollem Akku plus zwei vollen Reserveakkus. Welche Verteilung hat T?

b) Sie wollen mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit garantieren, daß das Notebook für eine Betriebsdauer von 12 Stunden zur Verfügung steht. Wie viele Reserveakkus brauchen Sie?

c) Wäre es realistischer gewesen, die Betriebsdauer mit einem Akku durch eine Exponentialverteilung zu modellieren?

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*

a) Die beiden voneinander unabhängigen Zufallsvariablen X und Y seien exponentialverteilt mit Parametern λ und μ. Berechnen Sie die Verteilungsdichte von $X+Y$!

b) Die Zufallsvariablen $Z_1, \ldots, Z_n$ seien unabhängig; jede einzelne sei exponentialverteilt mit Parameter λ. Zeigen Sie: Die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Summe Z der Z_i ist

$$\varphi(t) = \lambda \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t} .$$

c) Welchen Erwartungswert und welche Varianz hat Z?

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Die Summe zweier Poisson-verteilter Zufallsvariablen ist wieder Poisson-verteilt.

b) Wie von Blatt sechs bekannt, wurden für zehn preußische Kavallerieregimentern über zwanzig Jahre hinweg die jährlichen Todesfälle durch Hufschlag gezählt; die Zahlen pro Jahr und Regiment sind mit guter Genauigkeit Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda = 0{,}61$. Welche Verteilung beschreibt die Gesamtzahl der in einem Jahr durch Hufschlag getöteten Offiziere aus allen zehn Regimentern?

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 27. Juni 2001, um 13.30 Uhr