Wolfgang K. Seiler
*Tel.* 2515

A5, C201

*6. Juni 2001*

# 7. Übungsblatt zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

**Fragen:** *(je ein Punkt)*
*Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine* kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

*1)* Die Zufallsvariable $X$ modelliere das Werfen eines Würfels. Wie sieht ihre momenterzeugende Funktion aus?

*2)* *Richtig oder falsch:* Die momenterzeugende Funktion $\psi$ einer Verteilung, so sie existiert, nimmt an der Stelle null den Wert eins an.

*3)* Was ist die Kovarianz einer Zufallsvariablen mit sich selbst?

*4)* Die Zufallsvariable $X$ sei gleichverteilt auf dem Intervall $[0, 1]$. Berechnen Sie die Kovarianz zwischen $X$ und $Y = X^2$ !

*5)* *Richtig oder falsch:* $X$ sei eine normalverteilte Zufallsvariable und $Y = X^2$. Dann sind $X$ und $Y$ unkorreliert.

**Aufgabe 1:** *(4 Punkte)*
Zeigen Sie: Eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung ist durch ihre momenterzeugende Funktion eindeutig bestimmt!

**Aufgabe 2:** *(5 Punkte)*

*a)* Berechnen Sie für eine Exponentialverteilung mit Wahrscheinlichkeitsdichte $\lambda e^{-\lambda x}$ die momenterzeugende Funktion $\psi(t)$ !

*b)* Für welche Werte $t \in \mathbb{R}$ ist $\psi$ definiert?

*c)* Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der Exponentialverteilung!

**Aufgabe 3:** *(6 Punkte)*

*a)* Zeigen Sie: Die Schiefe $\mathbb{E}\Big(\big(X - \mathbb{E}(X)\big)^3\Big)$ der Verteilung einer Zufallsvariablen läßt sich berechnen als

$$\mathbb{E}(X^3) + \mathbb{E}(X) \cdot \big(2\mathbb{E}(X)^2 - 3\mathbb{E}(X^2)\big) .$$

*b)* Berechnen Sie die Schiefe der Poisson-Verteilung in Abhängigkeit vom Parameter $\lambda$ der Verteilung!

*c)* Dasselbe für die Exponentialverteilung!

*d)* Geben Sie eine anschauliche Interpretation der Vorzeichen der berechneten Schiefen!

**Abgabe** bis zum Mittwoch, dem 13. Juni 2001, um 13.30 Uhr