WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

23. Mai 2001

5. Übungsblatt zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Wenn zwei Zufallsvariablen $X, Y\colon \Omega \to \mathbb{R}$ dieselbe Verteilungsfunktion haben, stimmen sie überein.

2) Richtig oder falsch: Für $X\colon \Omega \to \mathbb{R}$ gibt es höchstens endlich viele $x \in \mathbb{R}$ mit $P_X(\{x\}) > 0$.

3) Richtig oder falsch: Die Verteilungsfunktion von X sei stetig. Dann ist $P_X(\mathbb{Q}) = 0$.

4) Richtig oder falsch: Der Wert einer normalverteilten Zufallsvariablen ist fast sicher irrational.

5) X ordne jedem Tag die Anzahl der an diesem Tag kaputtgehenden Leuchtröhren im Hörsaal zu. Welche der Verteilungen aus der Vorlesung kommt für X in Frage?

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*
Die Lebenserwartung eines Produkts sei exponentialverteilt mit Verteilungsdichte $\lambda e^{-\lambda t}$ für $t \geq 0$ und null sonst.

a) Ab welchem Zeitpunkt sind nur noch die Hälfte aller Produkte funktionsfähig?

b) Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(t, \tau)$ dafür, daß ein Produkt, das zum Zeitpunkt t noch funktionsfähig ist, bis zum Zeitpunkt $t + \tau$ defekt ist, und interpretieren Sie das Ergebnis!

c) Der Grenzwert $\lim_{\tau \to 0} P(t, \tau)/\tau$ wird als Ausfallrate bezeichnet. Berechnen Sie diese!

d) Wie hängt die Ausfallrate von t ab, wenn man statt von einer Exponentialverteilung von der WEIBULL-Verteilung mit Verteilungsfunktion $1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^p}$ für $t \geq 0$ ausgeht? $(a, p > 0)$

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*
Auf der Rückseite finden Sie einige Funktionswerte von $F(z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{z} e^{-t^2/2}\,dt$. Beantworten Sie damit die folgenden Fragen:

a) Der jährliche Höchststand des Pegels Haltern des Flusses Stever ist ungefähr normalverteilt mit den Parametern $\mu = 4\,\mathrm{m}$ und $\sigma = 2\,\mathrm{m}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Höchststand eines Jahres zwischen zwei und drei Metern liegt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Fluß nächstes Jahr irgendwann einen Pegelstand von mehr als sieben Metern erreicht?

c) Ab welchem Pegelstand kann man von einem Jahrhunderthochwasser reden, von einem Höchststand also, der im Schnitt nur einmal alle hundert Jahre vorkommt?

Aufgabe 3: (*4 Punkte)*
Eine Münze sei so präpariert, daß sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% beim Werfen das Ergebnis *Zahl* zeigt. Sie werde zehnmal geworfen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens achtmal das Ergebnis *Zahl* erscheint?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für höchstens viermal *Zahl*?

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 30. Mai 2001, um 13.30 Uhr

z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)
0,00	0,500000	0,01	0,503989	0,02	0,507978	0,03	0,511966	0,04	0,515953
0,05	0,519939	0,06	0,523922	0,07	0,527903	0,08	0,531881	0,09	0,535856
0,10	0,539828	0,11	0,543795	0,12	0,547758	0,13	0,551717	0,14	0,555670
0,15	0,559618	0,16	0,563559	0,17	0,567495	0,18	0,571424	0,19	0,575345
0,20	0,579260	0,21	0,583166	0,22	0,587064	0,23	0,590954	0,24	0,594835
0,25	0,598706	0,26	0,602568	0,27	0,606420	0,28	0,610261	0,29	0,614092
0,30	0,617911	0,31	0,621720	0,32	0,625516	0,33	0,629300	0,34	0,633072
0,35	0,636831	0,36	0,640576	0,37	0,644309	0,38	0,648027	0,39	0,651732
0,40	0,655422	0,41	0,659097	0,42	0,662757	0,43	0,666402	0,44	0,670031
0,45	0,673645	0,46	0,677242	0,47	0,680822	0,48	0,684386	0,49	0,687933
0,50	0,691462	0,51	0,694974	0,52	0,698468	0,53	0,701944	0,54	0,705401
0,55	0,708840	0,56	0,712260	0,57	0,715661	0,58	0,719043	0,59	0,722405
0,60	0,725747	0,61	0,729069	0,62	0,732371	0,63	0,735653	0,64	0,738914
0,65	0,742154	0,66	0,745373	0,67	0,748571	0,68	0,751748	0,69	0,754903
0,70	0,758036	0,71	0,761148	0,72	0,764238	0,73	0,767305	0,74	0,770350
0,75	0,773373	0,76	0,776373	0,77	0,779350	0,78	0,782305	0,79	0,785236
0,80	0,788145	0,81	0,791030	0,82	0,793892	0,83	0,796731	0,84	0,799546
0,85	0,802337	0,86	0,805105	0,87	0,807850	0,88	0,810570	0,89	0,813267
0,90	0,815940	0,91	0,818589	0,92	0,821214	0,93	0,823814	0,94	0,826391
0,95	0,828944	0,96	0,831472	0,97	0,833977	0,98	0,836457	0,99	0,838913
1,00	0,841345	1,01	0,843752	1,02	0,846136	1,03	0,848495	1,04	0,850830
1,05	0,853141	1,06	0,855428	1,07	0,857690	1,08	0,859929	1,09	0,862143
1,10	0,864334	1,11	0,866500	1,12	0,868643	1,13	0,870762	1,14	0,872857
1,15	0,874928	1,16	0,876976	1,17	0,879000	1,18	0,881000	1,19	0,882977
1,20	0,884930	1,21	0,886861	1,22	0,888768	1,23	0,890651	1,24	0,892512
1,25	0,894350	1,26	0,896165	1,27	0,897958	1,28	0,899727	1,29	0,901475
1,30	0,903200	1,31	0,904902	1,32	0,906582	1,33	0,908241	1,34	0,909877
1,35	0,911492	1,36	0,913085	1,37	0,914657	1,38	0,916207	1,39	0,917736
1,40	0,919243	1,41	0,920730	1,42	0,922196	1,43	0,923641	1,44	0,925066
1,45	0,926471	1,46	0,927855	1,47	0,929219	1,48	0,930563	1,49	0,931888
1,50	0,933193	1,51	0,934478	1,52	0,935745	1,53	0,936992	1,54	0,938220
1,55	0,939429	1,56	0,940620	1,57	0,941792	1,58	0,942947	1,59	0,944083
1,60	0,945201	1,61	0,946301	1,62	0,947384	1,63	0,948449	1,64	0,949497
1,65	0,950529	1,66	0,951543	1,67	0,952540	1,68	0,953521	1,69	0,954486
1,70	0,955435	1,71	0,956367	1,72	0,957284	1,73	0,958185	1,74	0,959070
1,75	0,959941	1,76	0,960796	1,77	0,961636	1,78	0,962462	1,79	0,963273
1,80	0,964070	1,81	0,964852	1,82	0,965620	1,83	0,966375	1,84	0,967116
1,85	0,967843	1,86	0,968557	1,87	0,969258	1,88	0,969946	1,89	0,970621
1,90	0,971283	1,91	0,971933	1,92	0,972571	1,93	0,973197	1,94	0,973810
1,95	0,974412	1,96	0,975002	1,97	0,975581	1,98	0,976148	1,99	0,976705
2,00	0,977250	2,01	0,977784	2,02	0,978308	2,03	0,978822	2,04	0,979325
2,05	0,979818	2,06	0,980301	2,07	0,980774	2,08	0,981237	2,09	0,981691
2,10	0,982136	2,11	0,982571	2,12	0,982997	2,13	0,983414	2,14	0,983823
2,15	0,984222	2,16	0,984614	2,17	0,984997	2,18	0,985371	2,19	0,985738
2,20	0,986097	2,21	0,986447	2,22	0,986791	2,23	0,987126	2,24	0,987455
2,25	0,987776	2,26	0,988089	2,27	0,988396	2,28	0,988696	2,29	0,988989
2,30	0,989276	2,31	0,989556	2,32	0,989830	2,33	0,990097	2,34	0,990358
2,35	0,990613	2,36	0,990863	2,37	0,991106	2,38	0,991344	2,39	0,991576
2,40	0,991802	2,41	0,992024	2,42	0,992240	2,43	0,992451	2,44	0,992656
2,45	0,992857	2,46	0,993053	2,47	0,993244	2,48	0,993431	2,49	0,993613
2,50	0,993790	2,51	0,993963	2,52	0,994132	2,53	0,994297	2,54	0,994457
2,55	0,994614	2,56	0,994766	2,57	0,994915	2,58	0,995060	2,59	0,995201
2,60	0,995339	2,61	0,995473	2,62	0,995604	2,63	0,995731	2,64	0,995855
2,65	0,995975	2,66	0,996093	2,67	0,996207	2,68	0,996319	2,69	0,996427
2,70	0,996533	2,71	0,996636	2,72	0,996736	2,73	0,996833	2,74	0,996928
2,75	0,997020	2,76	0,997110	2,77	0,997197	2,78	0,997282	2,79	0,997365
2,80	0,997445	2,81	0,997523	2,82	0,997599	2,83	0,997673	2,84	0,997744
2,85	0,997814	2,86	0,997882	2,87	0,997948	2,88	0,998012	2,89	0,998074
2,90	0,998134	2,91	0,998193	2,92	0,998250	2,93	0,998305	2,94	0,998359
2,95	0,998411	2,96	0,998462	2,97	0,998511	2,98	0,998559	2,99	0,998605
3,00	0,998650	3,01	0,998694	3,02	0,998736	3,03	0,998777	3,04	0,998817