Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

9. Mai 2001

3. Übungsblatt zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Geburtstage sind nicht gleichmäßig über das Jahr verteilt. Erhöht oder vermindert dies die Wahrscheinlichkeit, daß unter n Personen zwei den gleichen Geburtstag haben?

2) *Richtig oder falsch:* Für $A, B, C \subseteq \Omega$ sei $P(A) \le P(B)$. Dann ist auch $P(A \mid C) \le P(B \mid C)$.

3) *Richtig oder falsch:* Für $A, B \subseteq \Omega$ mit $0 < P(A), P(B) < 1$ ist $P(A) < P(A \mid B)$.

4) Was ist $P(A \mid A^c)$?

5) *Richtig oder falsch:* $\mathfrak{P}(\Omega_1) \otimes \mathfrak{P}(\Omega_2) = \mathfrak{P}(\Omega_1 \times \Omega_2)$ für abzählbare Mengen Ω_1, Ω_2.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*

a) Wie wahrscheinlich ist es, daß 2 von 4 Personen am gleichen Wochentag geboren sind?

b) Für elektronische Unterschriften unter größere Dateien wird der Datei zunächst durch eine praktisch nicht umkehrbare Funktion pseudozufällig ein 160 Bit langer Hashwert zugeordnet, und nur dieser wird wirklich „unterschrieben“. Bei variabler Datei sind alle 2^{160} Hashwerte gleichwahrscheinlich. Nun erzeugt ein Betrüger zufällig n Dateien. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß zwei davon auf denselben Hashwert führen?

c) Wie groß muß n etwa sein, damit seine Erfolgschance bei mindestens einem Prozent liegt?

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*

Von den Anmeldungen zum Übungsbetrieb für diese Vorlesung entfallen drei Viertel auf den Integrierten Studiengang Mathematik und Informatik sowie je ein Achtel auf Lehramt und auf Wirtschaftspädagogik. Die folgende Tabelle zeigt, mit welcher Wahrscheinlichkeit einige Aussagen auf die einzelnen Studenten zutreffen:

	<4. Sem.	*4. Sem*	*>4. Sem.*	*männlich*	*weiblich*
Math. & Inf.	1/18	8/9	1/18	2/3	1/3
Lehramt	0	2/3	1/3	1/3	2/3
Wirtschaftspäd.	0	0	1	1	0

Bestimmen Sie mittels der Bayesschen Formel die Wahrscheinlichkeit dafür, daß

a) eine zum Übungsbetrieb angemeldete Studentin Mathematik und Informatik studiert

b) jemand aus einem höheren als dem vierten Semester Wirtschaftspädagogik studiert!

c) Wie viele Studenten sind zum Übungsbetrieb angemeldet?

d) Falls Sie nicht dazugehören: *Melden Sie sich an!*

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

F sei ein Ereignis mit $P(F) > 0$. Zwei Ereignisse A, B heißen F-*unabhängig*, falls gilt: $P(A \cap B \mid F) = P(A \mid F) \cdot P(B \mid F)$. Man beweise oder widerlege durch Gegenbeispiel:

a) Sind A und B unabhängig, so sind sie auch F-unabhängig.

b) Sind A und B F-unabhängig bezüglich aller F mit $P(F) > 0$, so sind sie unabhängig.

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 16. Mai 2001, um 13.30 Uhr