WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

30. Januar 2004

14. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Konstruieren Sie ohne Verwendung eines eingebauten GRÖBNER-Basis-Kommandos eine GRÖBNER-Basis des Ideals $I = (x^2+y^2+z^2-1,\ x^2+y^2+z^2-2x,\ 2x-3y-z)$ bezüglich der lexikographischen Ordnung!

b) Beschreiben Sie die Nullstellenmenge $V(I) = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; f(x,y,z) = 0 \text{ für alle } f \in I\right\}$ geometrisch, und zeichnen Sie die drei Objekte, deren Schnittmenge $V(I)$ ist!

c) Geben Sie die Elemente von $V(I)$ explizit an! Der `solve`-Operator darf dabei nur für Polynome einer Veränderlichen verwendet werden.

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

Zeichnen Sie Grundriß und Schrägbild eines Ikosaeders!
Hinweis: Sie finden das Ikosaeder im Paket `plottools`.

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

Die KOCH-Kurve der Stufe q zu einer Strecke $\overline{AB}$ ist ein Streckenzug, der folgendermaßen konstruiert wird: Für $q = 0$ besteht er einfach aus Strecke selbst, für $q > 0$ nimmt man jede Strecke $\overline{PT}$ der KOCH-Kurve der Stufe $q-1$ und teilt sie durch die beiden Punkte $Q, R \in \overline{PT}$ in drei gleichlange Teile. Über $\overline{QS}$ errichtet man ein gleichseitiges Dreieck $\triangle QRS$ so, daß der Umlaufsinn $Q \to R \to S \to Q$ der Gegenuhrzeigersinn ist. Sodann wird die Strecke $\overline{PT}$ ersetzt durch den Streckenzug $\overline{PQ}, \overline{QS}, \overline{SR}, \overline{RT}$.

a) Zeichnen Sie in einer Animation die KOCH-Kurven der Stufen $0,1,2,3,4,5$ über dem Intervall $[0,1]$ auf der x-Achse!

b) Die Schneeflockenkurve der Stufe q ensteht aus einem regelmäßigen Sechseck dadurch, daß man jede seiner Seiten durch die darüberliegene KOCH-Kurve der entsprechenden Stufe ersetzt. Zeichnen sie auch diese Kurven bis zur Stufe fünf!

c) Welche Längen hat die KOCH-Kurve der Stufe q, und was passiert für $q \to \infty$?

Aufgabe 4: (*5 Punkte*)

a) Schreiben Sie eine Prozedur `affin(a,b,c,d,e,f)`, die sechs reellen Zahlen a,b,c,d,e,f eine Transformation zuordnet, die auf jede zweidimensionale Plotstruktur die affine Abbildung

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

anwendet!

b) Erzeugen Sie damit drei affinen Transformationen $T_1 =$`affin(0.5, 0, 0, 0.5, 1, 1)`, $T_2 =$`affin(0.5, 0, 0, 0.5, 50, 1)` und $T_3 =$`affin(0.5, 0, 0, 0.5, 50, 50)` sowie eine Funktion und IFS, die einer Plotstruktur P die Vereinigung der $T_i(P)$ zuordnet!

c) Zeichnen Sie für ein farbiges Quadrat Q mit Ecken $(0,0)$, $(100,0)$, $(0,100)$ imd $(100,100)$ die Ergebnisse der n-fachen Anwendung $\mathrm{IFS}^n(Q)$ auf Q für $n = 0,\dots,5$!

d) Was ändert sich an $\lim\limits_{n\to\infty} \mathrm{IFS}^n(Q)$, wenn Sie das Quadrat Q durch seine Kanten ersetzen und/oder die Kantenlänge auf zehn reduzieren?

Abgabe bis zum Freitag, dem 6. Februar 2004, um 12.00 Uhr