Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

14. November 2003

5. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Machen Sie sich via online-Hilfe von Maple vertraut mit dem Kommando `mul`, und schreiben Sie dann eine Prozedur `elsym(n, j)`, die das j-te elementarsymmetrische Polynom in n Veränderlichen $z_1, \ldots, z_n$ berechnet. (z_n wird in Maple als `z[n]` eingegeben.)

b) Geben Sie die elementarsymmetrischen Polynome in fünf Variablen explizit an!

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Zeigen Sie: Wenn das Polynom $f = a_n X^n + \cdots + a_0 \in \mathbb{Z}[X]$ nur ganzzahlige Nullstellen hat, teilt a_n alle übrigen Koeffizienten, und jede Nullstelle ist ein Teiler von a_0/a_n.

b) Bestimmen Sie die sämtlichen ganzzahligen Nullstellen (mit Vielfachheit) von

$$f = X^9 - 3X^8 - 275X^7 + 829X^6 + 11299X^5 - 34997X^4 - 11025X^3 + 78271X^2 - 44100\,!$$

Sie können dabei die Kommandos `ifactor` und `ifactors` benutzen, nicht aber `factor`, `factors` oder eines der `solve`-Kommandos. Nützlich sind vielleicht auch `subs` und `normal`. (*Hinweis:* Schreiben Sie eine Prozedur `probiere`, die testet, ob eine Zahl a Nullstelle ist und, falls ja, den Faktor $(X - a)$ so oft wie möglich abdividiert.)

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

a) Schreiben Sie eine Prozedur `demoRiemann(f, a, b)`, die für einen von x abhängigen Ausdruck f die Annäherung des Riemann-Integrals durch Unter- und Obersummen demonstriert wie folgt: Erstellen Sie eine Animation aus fünf Zeichnungen, in denen für $n = 5, 10, 25, 50, 100$ das Intervall $[a, b]$ in n gleichgroße Teilintervalle unterteilt wird und für jedes dieser Teilintervalle zusammen mit dem Graph von f die Rechtecke zur Unter- und zur Obersumme in zwei verschiedenen Farben zu sehen sind. Falls sich die beiden überschneiden, soll das kleinere vollständig sichtbar sein. Schreiben Sie unter jede der fünf Zeichnungen den Text „Untersumme = …“, darüber „Obersumme = …“ mit den jeweiligen Werten mit zwei Nachkommastellen! Sie können die Maple-Funktionen `minimize` und `maximize` benutzen. (*Hinweis:* Es ist nicht ratsam, schon bei den ersten Tests mit großen Werten von n zu arbeiten!)

b) Dokumentieren Sie das Ergebnis für $f = 42x^3 - 319x^2 + 668x - 231$, $a = 0$ und $b = 5$!

Aufgabe 4: (*5 Punkte*)

Der Legende nach verlangte der Erfinder des Schachspiels von seinem König folgenden Lohn: Er wollte auf einem Schachbrett im linken oberen Feld ein Getreidekorn und dann, von links oben nach rechts unten gehend, auf jedem Feld jeweils doppelt so viele Getreidekörner wie auf dem vorigen. Zeichnen Sie ein Schachbrett (mit zwei beliebigen Farben), und schreiben Sie in jedes Feld die Anzahl der dort verlangten Getreidekörner. Da dies für die meisten Felder aus Platzgründen kaum möglich sein dürfte, sollen Zahlen ab 1000 zweizeilig gedruckt werden, wobei in der ersten Zeile eine Dezimalzahl Zahl < 1000 mit drei Nachkommastellen steht und in der zweiten ein Wort wie „Tausend“ oder „Trillionen“. Geben Sie unter dem Brett in den jeweiligen Farben an, wie viele Körner (exakt) auf „weißen“ *bzw.* „schwarzen“ Feldern liegen! (Es ist natürlich nicht sinnvoll, wirklich die Farben schwarz und weiß zu verwenden!)

Abgabe bis zum Freitag, dem 21. November 2003, um 12.00 Uhr