7. November 2003

# 4. Übungsblatt Computeralgebra

## Aufgabe 1: (5 Punkte)

Machen Sie sich mittels der online-Hilfe von Maple vertraut mit den Themen complex, evalc, Re, Im, conjugate und abs, und lösen Sie dann die folgenden Aufgaben:

- a) Berechnen Sie  $\sqrt{1+i}$ ,  $\sqrt[3]{1+i}$  und  $\sqrt[4]{1+i}$  ohne Verwendung von trigonometrischen Funktionen oder Exponentialfunktionen!
- b) Auf dem Vektorraum aller Polynome über dem Körper  $k \leq \mathbb{C}$  sei ein Skalarprodukt definiert durch

$$(\mathbf{f},\,\mathbf{g}) = \sum_{k=0}^{\max(m,\,n)} \alpha_k \, \overline{b_k} \qquad \text{für} \quad \mathbf{f} = \sum_{k=0}^m \alpha_k X^k \quad \text{und} \quad \mathbf{g} = \sum_{k=0}^n b_k X^k \, ;$$

nicht vorhandene Koeffizienten sollen dabei als Null behandelt werden. Schreiben Sie eine Prozedur skalpro(f, g), die dieses Skalarprodukt für zwei Polynome f und g berechnet!

## Aufgabe 2: (5 Punkte)

- a) Die Funktion complexplot zeichnet für eine Funktion  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{C}$  die Kurve aus den Punkten f(t) für t aus einem vorgegebenen Intervall [a, b]. Schreiben Sie eine Prozedur, die für vorgegebene natürliche Zahlen p und q die Menge  $\left\{e^{ipt} + e^{iqt} \mid t \in \mathbb{R}\right\}$  zeichnet und testen Sie diese für (p,q) = (1,5) sowie (p,q) = (2,7)!
- b) Die N-ten Einheitswurzeln  $e^{2\pi i k/N}$  bilden in der komplexen Ebene die Ecken eines regelmäßigen N-Ecks. Zeichnen Sie dieses mit einer Prozedur, die für beliebiges  $N \in \mathbb{N}$  funktioniert!

## Aufgabe 3: (5 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, daß zu drei vorgegebenen reellen Zahlen  $a \le b \le c$  entscheidet, ob es ein Dreieck mit Seitenlängen a,b und c gibt, und dieses Dreieck dann schrittweise konstruiert. Dabei soll für jede neu hinzukommende Hilfs- oder sonstige Linie eine neue Zeichnung erstellt werden, unter der ein kurzer Erläuterungstext erklärt, was geschieht. Alle bereits konstruierten Teile des Dreiecks sollen in dieser Zeichnung in der üblichen Weise beschriftet sein: Bei der Ecke A ist der Winkel  $\alpha$ , ihr gegenüber liegt die Seite a, usw.

Hinweis: Das Kommando arc kann Ihnen hier einiges an Arbeit ersparen.

## Aufgabe 4: (5 Punkte)

1 15 14 4 Ein magisches Quadrat der Größe vier kann wie folgt konstruiert werden: Man zerteilt ein Quadrat in  $4 \times 4$  Teilquadrate, färbt die Quadrate entlang der beiden Diagonalen grün und die restlichen rot. Sodann gibt man den grünen Quadraten, von links oben kommend ihre Nummer und verteilt anschließend, von rechts unten kommend, die noch verbleibenden Zahlen der Größe nach auf die roten Quadrate. Zeichnen Sie das ausgefüllte Quadrat! (Hinweis: Rechtecke können Sie statt mit polygonplot auch mit rectangle zeichnen.)