Wolfgang K. Seiler | A5, C201
Tel. 2515

31. Oktober 2003

3. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Stellen Sie eins als Linearkombination der beiden Polynome

$$P = X^8 + X^6 - 3X^4 - 3X^3 + 8X^2 + 2X - 5 \quad \text{und} \quad Q = 3X^6 + 5X^4 - 4X^2 - 9X + 21$$

dar, ohne das gcdex-Kommando von Maple zu verwenden!

b) Für welche Primzahlen p sind P und Q auch modulo p teilerfremd?

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$x^2 - 4x + y^2 - 6y = 12 \quad \text{und} \quad x^2 + 4x + 3y^2 - 18y = -22$$

mit Hilfe einer Resultante exakt, und bestimmen Sie angenäherte numerische Werte ihrer Lösungen!

b) Zeichnen Sie die Nullstellenmengen der beiden Gleichungen und vergleichen Sie die Zeichnung mit dem Rechenergebnis!

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

a) Ein anschaulicher Beweis des Satzes von Pythagoras für das rechtwinklige Dreieck mit Katheten a und b besteht darin, daß man dieses Dreieck in ein Quadrat Q mit Seitenlänge $a + b$ einbettet, das Quadrat Q_0 über der Hypothenuse einzeichnet, und dann sieht, daß $Q \setminus Q_0$ aus vier zum Ausgangsdreieck kongruenten Dreiecken besteht. Zeichnen Sie Q mit dicken Strichen, Q_0 ausgefüllt mit einer Farbe Ihrer Wahl, und die vier kongruenten Dreiecke ebenfalls ausgefüllt mit einer weiteren Farbe.

b) In einem zweiten Schritt zerlegt man Q in zwei Quadrate Q_1, Q_2 mit Seitenlängen a *bzw.* b sowie einem Rest, der wieder aus vier zum Ausgangsdreieck kongruenten Dreiecken besteht. Zeichnen Sie auch diese Zerlegung mit ausgefüllten Quadraten Q_1, Q_2 und gut sichtbaren ausgefüllten Dreiecken!

Aufgabe 4: (*5 Punkte*)

Die Fläche eines Parallelogramms mit Seite a und Höhe h ist bekanntlich gleich der Fläche eines Rechtecks mit Kanten a und h.

a) Demonstrieren Sie die Scherung, die das Parallelogramm in das Rechteck überführt, durch eine Animation!

b) Beweisen Sie die Gleichheit der Flächen von Parallelogramm und Rechteck, indem Sie diese in geeignete Teilflächen zerlegen. Wählen Sie Ihre Farben so, daß die Gleichheit der beiden Flächeninhalte möglichst sofort sichtbar wird!

Abgabe bis zum Freitag, dem 7. November 2003, um 12.00 Uhr