Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

17. Oktober 2003

1. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\frac{(a+b)^{10}-(a-b)^{10}-10ab\big((a^4+b^4)^2+(a^4-b^4)^2\big)-4!(ab)^5}{5!\cdot(ab)^3}$$

durch Ausmultiplizieren!

b) Schreiben Sie das Ergebnis als Produkt von (über $\mathbb{Z}$) irreduziblen Polynomen!

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion $f(x)=x^6+x^5-7x^4-x^3+6x^2+2$ über dem Intervall $[-3,2]$!

b) Zeichnen Sie die Graphen von f und seiner Ableitung über dem Intervall $\left[-\frac{5}{4},\frac{7}{4}\right]$!

c) Bestimmen Sie graphisch die Lösungen der Gleichung $f'(x)=f(x)$ zwischen Null und Eins mit zweistelliger Genauigkeit!

d) Überprüfen Sie durch Einsetzen, daß die abgelesenen Werte die Gleichung in der Tat besser erfüllen als ihre Nachbarwerte!

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

a) Bekanntlich ist $\ln 2=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i+1}}{i}$. Berechnen Sie die Summe $\sum_{i=N+1}^{\infty}\frac{(-1)^{i+1}}{i}-\ln 2$ für $N=5,10,20,50,100,200,500,1000,2000,5000,10\,000,20\,000,50\,000$ und $N=100\,000$!

b) Man kann zeigen, daß $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i^4}=\frac{\pi^4}{m}$ ist mit einer natürlichen Zahl $m<100$. Erraten Sie den Wert von m, indem Sie $\sum_{i=1}^{10000}\frac{1}{i^4}$ berechnen!

Aufgabe 4: (*5 Punkte*)

a) Berechnen Sie $\sum_{i=1}^{100}\frac{1}{p_i}$, wobei p_i die i-te Primzahl bezeichnet, sowohl als Bruch wie auch (näherungsweise) als Dezimalzahl! Wie viele Stellen hat der Nenner des Bruchs?

b) Berechnen Sie $\sum_{1\le i\le j\le 500}\frac{1}{i^3+j^3}$ näherungsweise!

Abgabe bis zum Freitag, dem 24. Oktober 2004, um 12.00 Uhr