

18. September 2008

2. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (6 Punkte)

- a) Berechnen Sie den ggT von 2008 und 6777, und stellen Sie ihn als Linearkombination dieser beiden Zahlen dar!
- b) Berechnen Sie in $\mathbb{Q}[x]$ den ggT der beiden Polynome
 $f(x) = x^5 + 4x^3 - 9x^2 - 2x^4 - 7x - 1$ und $g(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x - 1$!
- c) Zeigen Sie, daß als Lösung auch ein Polynom aus $\mathbb{Z}[x]$ gewählt werden kann, und schreiben Sie dieses als Linearkombination von f und g !

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Aus CLAUDE GASPAR BACHET SIEUR DE MÉZIRIAC: *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, Bourg-en-Bresse, 1624:

Il y a 41 personnes en un banquet tant hommes que femmes et enfants qui en tout dépensent 40 sous, mais chaque homme paye 4 sous, chaque femme 3 sous, chaque enfant 4 deniers. Je demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfants. (Bei einem Bankett sind 41 Personen, Männer, Frauen und Kinder, die zusammen vierzig Sous ausgeben, aber jeder Mann zahlt vier Sous, jede Frau drei Sous und jedes Kind vier Deniers. Ich frage, wie viele Männer, wie viele Frauen und wie viele Kinder es sind.)

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe des erweiterten EUKLIDischen Algorithmus!

Hinweis: 12 Deniers = 1 Sou, 20 Sous = 1 Pfund

Aufgabe 3: (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x - 2y + 3z &= 0 \\4x - 5y + 6z &= 0 \\7x + 8y - 9z &= 0\end{aligned}$$

hat über \mathbb{Q} nur die triviale Lösung.

- b) Über welchen der Körper \mathbb{F}_p hat es auch nichttriviale Lösungen?

Aufgabe 4: (6 Punkte)

- a) Berechnen Sie im Körper \mathbb{F}_{2011} die Elemente $x_1 = \frac{2008}{2009}$, $x_2 = \frac{1008}{1009}$ und $x_3 = \frac{1}{10}$!
- b) Bestimmen Sie den ggT $h(x)$ von $f(x) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$ und $g(x) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$ in $\mathbb{Z}[X]$! Wie eindeutig ist $h(x)$ bestimmt?
- c) Bestimmen Sie den ggT $k(x)$ von $f(x)$ und $g(x)$ in $\mathbb{F}_2(x)$! Wie eindeutig ist $k(x)$ bestimmt?
- d) Ist $h(x) \bmod 2$ ein Teiler von $k(x)$?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 25. September 2008, um 15.30 Uhr