

11. September 2008

1. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- $c = a + bi$ sei eine feste komplexe Zahl. Geben Sie Realteil und Imaginärteil von \sqrt{c} als explizite Ausdrücke in a und b an!
- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf für den Realteil x und den Imaginärteil y von $\sqrt[3]{c}$!
- Lösen Sie dieses Gleichungssystem für den Fall $c = 1$!
- Zeigen Sie, daß y/x im allgemeinen Fall einer kubischen Gleichung genügt!

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe der Cardanischen Formel die Lösungen folgender kubischer Gleichungen:

- $x^3 + 9x^2 + 24x + 20 = 0$
- $y^3 + 15y + 20 = 0$
- $z^3 - 9z - 12 = 0$

Aufgabe 3: (3 Punkte)

- Lassen Sie Maple überprüfen, daß der durch die Lösungsformel der kubischen Gleichung $y^3 + px + q = 0$ dargestellte Ausdruck die Gleichung tatsächlich erfüllt!
- Geben Sie eine Formel an zur Lösung der allgemeinen kubischen Gleichung

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0!$$

- Die biquadratische Gleichung $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ ist äquivalent zu einer Gleichung der Form $y^4 + py^2 + qy + r$. Geben Sie p, q, r explizit als Funktionen von a, b, c, d, e an!

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die Nullstellenmengen der folgenden Polynome mit Hilfe des Satzes von VIËTE:

- $f(x) = x^6 + 12x^5 + 27x^4 - 60x^3 - 156x^2 + 48x + 128$
- $g(x) = x^6 + 2x^5 - 24x^4 + 14x^3 + 67x^2 - 96x + 36$
- $h(x) = x^8 - 16x^7 + 30x^6 + 458x^5 - 1497x^4 - 1262x^3 + 4266x^2 + 820x - 2800$

Hinweis: Das Maple-Kommando `ifactor(n)` liefert Ihnen die Primzerlegung der ganzen Zahl n .