

17. September 2025

3. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1:

- Berechnen Sie den ggT des Polynoms $f = X^4 - 3X^3 + X^2 + 4$ und seiner Ableitung!
- Bestimmen Sie alle Nullstellen von f !

Aufgabe 2:

- Bestimmen Sie alle Einheiten des Rings $R = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}i = \{a + bi \in \mathbb{C} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$!
- Welche Elemente sind assoziiert zu $2 + 3i$?
- Zeigen Sie, daß R ein EUKLIDISCHER Ring ist bezüglich der Abbildung

$$v: \begin{cases} R \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}_0 \\ a + bi \mapsto a^2 + b^2 \end{cases} !$$

- Dividieren Sie $2 + 5i$ mit Rest durch $1 + i$!

Aufgabe 3:

- a, b, c seien ganze Zahlen. Zeigen Sie, daß die Gleichung $ax + by = c$ genau dann ganzzahlige Lösungen x, y hat, wenn $\text{ggT}(a, b)$ ein Teiler von c ist!
- Wie lassen sich in diesem Fall *alle* Paare $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ mit $ax + by = c$ bestimmen?
- BACHET DE MÉZIRIAC fragte 1624: *Il y a 41 personnes en un banquet tant hommes que femmes et enfants qui en tout dépensent 40 sous, mais chaque homme paye 4 sous, chaque femme 3 sous, chaque enfant 4 deniers. Je demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfants.*
(Bei einem Bankett sind 41 Personen, Männer, Frauen und Kinder, die zusammen 40 Sous ausgeben, aber jeder Mann zahlt 4 Sous, jede Frau 3 Sous und jedes Kind 4 Deniers. Ich Frage, wie viele Männer, wie viele Frauen und wie viele Kinder es sind.)
Beantworten Sie seine Frage! (1 Sous = 12 Deniers)

Aufgabe 4:

- Berechnen Sie die STURMSche Kette für das Polynom $f = X^3 + 4X^2 + X - 6$!
- Wie viele Nullstellen hat f im Intervall $[-4, 2]$?
- Wie viele positive und wie viele negative Nullstellen hat f ?

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 24. September 2025, um 15.30 Uhr