WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

B6, B4.08

3. September 2025

1. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1:

Angenommen, Sie haben einen Minicomputer, der im Dezimalsystem arbeitet und Gleitkommazahlen in der Form $\pm 0{,}abc \cdot 10^e$ darstellt mit $a, b, c \in \{0, \dots, 9\}$ und $e \in \{-3, \dots, 3\}$, wobei $a = 0$ nur für $e = -3$ zulässig ist. Wenn das Ergebnis einer Rechenoperation zwischen solchen Zahlen nicht in dieser Form darstellbar ist, wird es zur nächstgelegenen darstellbaren Zahl gerundet.

a) Bestimmen Sie für $x = 0{,}123 \cdot 10^0, y = 0{,}456 \cdot 10^{-2}$ und $z = -0{,}432 \cdot 10^{-2}$ die Rechenergebnisse $(x + y) + z$ und $x + (y + z)$!

b) Gelten die Kommutativgesetze der Addition und der Multiplikation?

c) Gilt das Kommutativgesetz der Addition auch noch in der verallgemeinerten Form, daß für jede Permutation $\pi \in \mathfrak{S}_n$ gilt: $x_1 + \cdots + x_n = x_{\pi(1)} + \cdots + x_{\pi(n)}$?

d) In welcher Reihenfolge sollten Sie summieren, um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten?

Aufgabe 2:

Zur Eingabe `solve(a*x^2 + b*x + c, x)` liefert Maxima die Ausgabe

$$\left[x = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac} + b}{2a}, \quad x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}\right].$$

a) Warum ist dies nicht für alle Tripel $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ die richtige Antwort?

b) Wie müßte eine Antwort aussehen, die für jedes solche Tripel die richtige Antwoert liefert?

c) Warum wohl liefert Maxima trotzdem das obige Ergebnis?

Aufgabe 3:

Das Buch von AL-CHWĀRIZMĪ behandelt in heutiger Sprechweise die Lösung von Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \in \{0, 1\}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Im neunten Jahrhundert gab es allerdings weder negative Zahlen noch eine Null, und als lösbar galten nur Gleichungen mit mindestens einer positiven Lösung. AL-CHWĀRIZMĪ brachte die lösbaren Gleichungen jeweils auf eine Normalform mit linker und rechter Seite, die ohne negative Zahlen und ohne Subtraktion auskommt. Welche Normalformen mußte er betrachten?

Aufgabe 4:

Geben Sie die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen jeweils in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ an!

a) $z^2 + i = 0$

b) $z^2 - 2iz + 15 = 0$

c) $z^2 - 5z = (8z - 19)i$

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 10. Dezember 2025, um 15.30 Uhr