

2. April 2020

7. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Konstruieren Sie zwei teilerfremde Polynome $f, g \in \mathbb{Z}[X, Y]$ mit der Eigenschaft, daß $f(x, Y)$ und $g(x, Y)$ für alle $x \in \{-1, 0, 1\}$ einen ggT positiven Grades haben!
- b) Konstruieren Sie zwei teilerfremde Polynome $f, g \in \mathbb{Z}[X, Y]$, die modulo jeder einstelligen Primzahl einen ggT positiven Grades haben!

Aufgabe 2: (3 Punkte)

- a) Gegeben sei ein System von vier Gleichungen in vier Veränderlichen. Aus wie vielen Gleichungen besteht das System der Gleichungen in drei Veränderlichen, auf das man es mit der Resultantenmethode zurückführt?
- b) Wie viele Gleichungen in zwei Veränderlichen muß man betrachten, um dieses System zu lösen?
- c) Wie viele Polynome in einer Veränderlichen erhält man beim Versuch, dieses zu lösen?

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Die Resultantenmethode funktioniert grundsätzlich unabhängig vom Grad der Gleichungen, d.h. also auch für lineare Gleichungssysteme. Wie sehen hier die Resultanten aus, und welche Vereinfachung bietet sich an, um den in der vorigen Aufgabe beobachteten rasanten Anstieg der Gleichungsanzahl zu beschränken?

Aufgabe 4: (8 Punkte)

- a) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$x^2 - 4x + y^2 - 6y = 12 \quad \text{und} \quad x^2 + 4x + 3y^2 - 18y = -22$$

mit Hilfe einer Resultante exakt, und bestimmen Sie angenäherte numerische Werte ihrer Lösungen!

- b) Skizzieren Sie die Nullstellenmengen der beiden Gleichungen und vergleichen Sie Ihre Zeichnung mit dem Rechenergebnis!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 23. April 2020, um 15.30 Uhr