

28. Februar 2020

2. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (6 Punkte)

- Berechnen Sie die Resultante der beiden Polynome $f = X^3 + X^2 + 1$ und $g = X^2 + X + 1$ aus $\mathbb{Z}[X]$!
- Was ist der ggT von f und g in $\mathbb{Z}[X]$?
- Für welche Primzahlen p haben $f \bmod p$ und $g \bmod p$ in $\mathbb{F}_p[X]$ einen gemeinsamen Teiler mit einem größeren Grad als $\deg \text{ggT}(f, g)$, und wie sieht der aus?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- Berechnen Sie die Resultante der beiden Polynome $f = X^2 + pX + q$ und $g = X - a$ aus $\mathbb{R}[X]$, und interpretieren Sie das Ergebnis!
- Berechnen Sie die Resultante von f und f' !

Aufgabe 3: (5 Punkte)

- Welche Bedingung müssen die Parameter p und q erfüllen, damit das Polynom $f = X^3 + pX + q$ eine mehrfache Nullstelle hat?
- Was muß gelten, damit die Gleichung $X^3 + pX + q = 0$ sogar eine dreifache Nullstelle hat?

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- Fassen Sie die Polynome $f = X^2Y + XY + 1$ und $g = X^2Y + X + 1$ einmal auf als Polynome in X über $\mathbb{R}[Y]$ und einmal als Polynome in Y über $\mathbb{R}[X]$, und berechnen Sie so die beiden Resultanten $\text{Res}_X(f, g)$ und $\text{Res}_Y(f, g)$!
- Bestimmen Sie (ohne Resultanten) alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, für die $f(x, y) = g(x, y) = 0$ ist!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 5. März 2020, um 15.30 Uhr