WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

17. November 2017

9. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie ein quadratfreies Polynom mit führendem Koeffizienten eins, das die gleichen Nullstellen hat wie

$$f = X^6 - 14X^5 + 80X^4 - 238X^3 + 387X^2 - 324X + 108\,!$$

Verwenden Sie zur ggT-Berechnung nicht die Funktion `gcd`, sondern bestimmen Sie mit dem Befehl `remainder` von Maxima die für den EUKLIDischen Algorithmus notwendigen Divisionsreste!

b) Bestimmen Sie alle Nullstellen von f einschließlich ihrer Vielfachheiten!
Hinweis: Den Wert eines Polynoms $f \in \mathbb{Q}[X]$ an der Stelle a erhalten Sie in Maxima mit dem Befehl `subst(X = a, f)`.

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

Das Ideal I in $\mathbb{Q}[X, Y]$ sei erzeugt von den beiden Polynomen $f = X^8 - 32X^4 + 256$ und $g = Y^6 - Y^2$.

a) Finden Sie quadratfreie Polynome f^*, g^*, die dieselben Nullstellen wie f und g haben!

b) Bestimmen Sie $V_{\mathbb{C}}(I)$!

c) Was ist $\sqrt{I}$?

d) Finden Sie eine separierende Linearform $u \in A = k[X, Y]/\sqrt{I}$!

Aufgabe 3: *(8 Punkte)*

Sei $f = X^2 + Y^3 - XY - 1$ und $g = Y^5 - XY^3 - 4Y^3 + X^2Y^2 + 4XY - 4X^2 + 3$.

a) Bestimmen Sie eine GRÖBNER-Basis des von f und g erzeugten Ideals I bezüglich der lexikographischen Ordnung!

b) Bestimmen Sie eine monomiale Basis von $A = \mathbb{Q}[X, Y]/I$!

c) Finden Sie eine separierende Linearform $u \in A$ und berechnen Sie die Spuren von u und u^2 !

Abgabe bis zum Dienstag, dem 21. November 2017, um 12.00 Uhr