WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

31. Oktober 2014

9. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*
Das Polynom $f \in \mathbb{Z}[X]$ ist modulo 5 das Polynom $f^{(5)} = 3X^3 + 2X^2 + 1 \in \mathbb{F}_5[X]$ und modulo 7 das Polynom $f^{(7)} = 4X^4 + 6X^3 + X + 5 \in \mathbb{F}_7[X]$. Außerdem sei bekannt, daß der Betrag eines jeden Koeffizienten von f höchstens gleich 15 ist. Welche Möglichkeiten gibt es für f?

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
Das Polynom $f \in \mathbb{Z}[X, Y]$ enthält keine Monome, in denen Y mit einer höheren als der zweiten Potenz auftritt. In $\mathbb{Z}[X]$ ist $f(X, 0) = 2X^3 + 3X^2 + 4$, $f(X, 1) = 3X^3 + 2X^2 + 5X$ und $f(X, -1) = X^3 + 4X^2 - 5X + 4$. Welche Möglichkeiten gibt es für f?

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
$f, g \in \mathbb{Z}[X]$ seien Polynome vom Grad fünf mit höchstens einstelligen Koeffizienten.

a) Finden Sie eine obere Schranke für $|\mathrm{Res}_X(f, g)|$!

b) Wie viele Primzahlen p_i mit $2^{30} < p_i < 2^{31}$ benötigt man, um diese Resultante modular zu berechnen?

Aufgabe 4: *(4 Punkte)*
Die Resultante $\mathrm{Res}_Y(f, g)$ für die beiden Polynome

$$f = XY^3 + YX^3 + X^2Y^2 + 2Y^3 + X^3 + 1 \quad \text{und} \quad g = X^3Y^3 + X^2Y^4 + 2X^4Y^2 + 5 - Y^4$$

soll modular berechnet werden.

a) Bei welchen X-Werten gibt es schlechte Reduktion?

b) Für wie viele X-Werte mit guter Reduktion muß $\mathrm{Res}_Y\big(f(x, Y), g(x, Y)\big)$ berechnet werden, damit $\mathrm{Res}_Y(f, g)$ sicher bestimmt werden kann?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 6. November 2014, um 12.00 Uhr