

6. Oktober 2011

## 5. Übungsblatt Computeralgebra

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die quadratfreie Zerlegung des Polynoms

$$f = x^9 - 2x^8 - 3x^7 + 7x^6 + 2x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 8x - 4!$$

Größte gemeinsame Teiler können Sie von einem Computeralgebrasystem bestimmen lassen; alles andere (außer Polynomdivisionen) müssen Sie selbst tun.

- b) Zerlegen Sie  $f$  ohne weitere Computerhilfe in  $\mathbb{Z}[x]$  in irreduzible Faktoren!  
c) Bestimmen Sie (ohne Computerhilfe) die Nullstellen von  $f$ !

### Aufgabe 2: (11 Punkte)

Faktorisieren Sie das Polynom  $f = x^5 + x^4 + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$  in folgenden Schritten:

- a) Zeigen Sie, daß das Polynom quadratfrei ist!  
b) Lassen Sie Ihr Computeralgebrasystem die Divisionsreste (in  $\mathbb{F}_2[x]$ ) von  $x^8$  und  $x^6$  bei der Division durch  $f$  berechnen!  
c) Setzen Sie diese Ergebnisse zusammen, um für ein allgemeines Polynom vierten Grades  $g = g_4x^4 + g_3x^3 + g_2x^2 + g_1x + g_0$  mit  $g_i \in \mathbb{F}_2$  den Divisionsrest von  $g^2$  bei der Division durch  $f$  zu bestimmen!  
d) Stellen Sie das homogene lineare Gleichungssystem auf, dem die Koeffizienten  $g_i \in \mathbb{F}_2$  genügen müssen, damit  $g^2 \equiv g \pmod{f}$  ist!  
e) Bestimmen Sie ohne Computerhilfe nach dem GAUSS-Algorithmus eine Basis des Lösungsraums für dieses Gleichungssystem!  
f) Finden Sie die irreduziblen Faktoren von  $f$ !

*Alle ggT-Berechnungen sollten vom Computer ausgeführt werden.*

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

- a) Lassen Sie das Polynom  $x^5 + x^3 + x + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$  von Ihrem Computeralgebrasystem faktorisieren! (Maple berechnet die Faktorisierung eines Polynoms  $f \in \mathbb{F}_p[x]$  mit dem Befehl `Factor(f) mod p`, Maxima mit `factor(f)`, nachdem vorher die Variable modulus auf  $p$  gesetzt wurde.)  
b) Folgern Sie (ohne Computerhilfe) aus a), daß das Polynom  $x^5 + x^3 + x + 1 \in \mathbb{Z}[x]$  irreduzibel ist!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 13. Oktober 2011, um 15.30 Uhr