Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

15. September 2011

2. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*
Bestimmen Sie die Nullstellenmengen der folgenden Polynome mit Hilfe des Satzes von Viète:

a) $f(x) = x^6 + 12x^5 + 27x^4 - 60x^3 - 156x^2 + 48x + 128$

b) $g(x) = x^6 + 2x^5 - 24x^4 + 14x^3 + 67x^2 - 96x + 36$

c) $h(x) = x^8 - 16x^7 + 30x^6 + 458x^5 - 1497x^4 - 1262x^3 + 4266x^2 + 820x - 2800$
Hinweis: Das Maple-Kommando `ifactor(n)` liefert Ihnen die Primzerlegung der ganzen Zahl n. In Maxima heißt das entsprechende Kommando `factor(n)`.

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

a) Berechnen Sie den ggT von 2012 und 5533, und stellen Sie ihn als Linearkombination dieser beiden Zahlen dar!

b) Berechnen Sie in $\mathbb{Q}[x]$ den ggT der beiden Polynome

$$f(x) = x^5 + 4x^3 - 9x^2 - 2x^4 - 7x - 1 \quad \text{und} \quad g(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x - 1\,!$$

c) Zeigen Sie, daß als Lösung auch ein Polynom aus $\mathbb{Z}[x]$ gewählt werden kann, und schreiben Sie dieses als Linearkombination von f und g!

Aufgabe 3: *(4 Punkte)*
Aus Claude Gaspar Bachet Sieur de Méziriac: *Problèmes plaisants et délectables qui se fonts par les nombres,* Bourg-en-Bresse, ^{2}1624:
Il y a 41 personnes en un banquet tant hommes que femmes et enfants qui en tout dépensent 40 sous, mais chaque homme paye 4 sous, chaque femme 3 sous, chaque enfant 4 deniers. Je demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfants.
(Bei einem Bankett sind 41 Personen, Männer, Frauen und Kinder, die zusammen vierzig Sous ausgeben, aber jeder Mann zahlt vier Sous, jede Frau drei Sous und jedes Kind vier Deniers. Ich frage, wie viele Männer, wie viele Frauen und wie viele Kinder es sind.)
Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe des erweiterten Euklidischen Algorithmus!
Hinweis: 12 Deniers = 1 Sou, 20 Sous = 1 Pfund

Aufgabe 4: *(4 Punkte)*

a) Zeigen Sie: Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 0 \\ 4x - 5y + 6z &= 0 \\ 7x + 8y - 9z &= 0 \end{aligned}$$

hat über $\mathbb{Q}$ nur die triviale Lösung.

b) Über welchen der Körper $\mathbb{F}_p$ hat es auch nichttriviale Lösungen?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 22. September 2011, um 15.30 Uhr