

8. September 2011

1. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- $c = a + bi$ sei eine feste komplexe Zahl. Geben Sie Realteil und Imaginärteil von \sqrt{c} als explizite Ausdrücke in a und b an!
- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf für den Realteil x und den Imaginärteil y von $\sqrt[3]{c}$!
- Lösen Sie dieses Gleichungssystem für den Fall $c = 1$!
- Zeigen Sie, daß y/x im allgemeinen Fall einer kubischen Gleichung genügt!

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe der Cardanischen Formel die Lösungen folgender kubischer Gleichungen:

- $x^3 + 9x^2 + 24x + 20 = 0$
- $y^3 + 15y + 20 = 0$
- $z^3 - 9z - 12 = 0$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

- Bestimmen Sie alle Zahlen $x = a + b\sqrt{3}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$, für die gilt: $x^3 = 10 - 6\sqrt{3}$
- Zeigen Sie: Für $z = n + m\sqrt{3}$ kann es höchstens dann ein solches x geben, wenn m durch drei teilbar ist.

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- Schreiben Sie die Formel für das u aus der Lösungsformel für die kubische Gleichung idurch Herausziehen von Faktoren so um, daß unter der dritten Wurzel und der Quadratwurzel nur noch Ausdrücke ohne Nenner stehen!
- Lassen Sie Maple oder maxima überprüfen, daß $u - \frac{p}{3u}$ die Gleichung $y^3 + py + q = 0$ tatsächlich erfüllt!
- Geben Sie eine Formel an zur Lösung der allgemeinen kubischen Gleichung

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0!$$

- Die biquadratische Gleichung $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ ist äquivalent zu einer Gleichung der Form $y^4 + py^2 + qy + r$. Geben Sie p, q, r explizit als Funktionen von a, b, c, d, e an!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 15. September 2011, um 15.30 Uhr