



Im Frühjahrssemester 2012 werde ich lesen

## Reell-algebraische Geometrie

**Ort und Zeit:** Mittwoch und Freitag 10<sup>15</sup> – 11<sup>45</sup>, C 015

**Übungen:** Freitag 12<sup>00</sup> – 13<sup>30</sup>, C 015

Unter einer reell-algebraischen Menge versteht man eine Teilmenge eines  $\mathbb{R}^n$ , die durch Polynomgleichungen definiert ist, also beispielsweise die durch  $x^2 + y^2 = 1$  definierte Kreislinie in  $\mathbb{R}^2$ . Wenn außer Polynomgleichungen auch Ungleichungen erlaubt sind wie etwa bei der Kreisscheibe  $x^2 + y^2 \leq 1$ , spricht man von einer semialgebraischen Menge. Die reell-algebraische Geometrie versucht, solche Mengen möglichst explizit zu beschreiben. Algebraisch ausgedrückt geht es also um die Lösung von Systemen nichtlinearer Gleichungen und Ungleichungen über den reellen Zahlen.

Im Falle unendlicher Lösungsmengen ist es zwar im Allgemeinen nicht möglich, diese Mengen explizit anzugeben; durch die sogenannte zylindrische Zerlegung einer semialgebraischen Menge erhalten wir aber dennoch einen guten Überblick über die Lage der Lösungen. Darüber hinaus führt sie auch zu einer ganzen Reihe weiterer Anwendungen sowohl innerhalb wie auch außerhalb der Mathematik. Dazu zählt beispielsweise die Frage, für welche Teilgebiete der Mathematik es Entscheidungsalgorithmen gibt, die bestimmen können, ob eine gegebene Formel richtig ist, oder auch das sogenannte Problem des Klavierschiebers, der ein dreidimensionales Objekt durch Türen, Gänge *usw.* von einem Punkt zu einem anderen zu bringen muß oder allgemeiner die Bewegungsplanung mobiler Roboter.

Die Vorlesung wendet sich vor allem an Studenten des Masterstudiengangs Wirtschaftsmathematik. Zwar werden keine Kenntnisse vorausgesetzt, die über den Stoff der Analysis und der Linearen Algebra hinausgehen; die Beweise und Algorithmen sind allerdings so komplex, daß zu ihrem Verständnis eine gewisse Erfahrung im Umgang mit Mathematik fast unabdingbar ist.

**Literatur:** Die Hauptreferenz, an die sich die Vorlesung in weiten Teilen halten wird, sind die Anfangskapitel des Buchs

RICCARDO BENEDETTI, JEAN-JACQUES RISLER: Real-algebraic and semialgebraic sets, *Hermann, Paris* 1990

Ergänzendes Material, vor allem zur algorithmischen Seite, findet man in

SAUGATA BASU, RICHARD POLLAK, MARIE-FRANÇOISE ROY: Algorithms in Real Algebraic Geometry, *Springer*, 2003