



Im Frühjahrssemester 2024 werde ich lesen

Algebraische Statistik

Ort und Zeit: Dienstag und Mittwoch 13⁴⁵ – 15¹⁵, A 3.03

Übungen: Mittwoch 15³⁰ – 17⁰⁰, A 3.03

Das noch recht junge Gebiet der algebraischen Statistik verwendet algebraische Methoden, insbesondere solche der Computeralgebra, zur Lösung statistischer Probleme. Die Vorlesung beginnt daher mit einer relativ langen Einführung in einige dieser Methoden, insbesondere die Theorie der GRÖBNER-Basen zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme. Sie kann somit auch unabhängig von aller Statistik nur aus Interesse an der Computeralgebra gehört werden.

Als erste statistische Anwendung werden sogenannte *Designs* betrachtet. Hier geht es darum, anhand von Stichproben die Parameter eines (meist polynomialen) Modells zu schätzen. Stichproben werden dabei interpretiert als Nullstellenmengen eines nichtlinearen Gleichungssystems, und gesucht sind Funktionen, die auf dieser Menge die gemessenen oder sonstwie bestimmten Werte annehmen. Dabei geht es nicht nur um konkrete Modelle, sondern auch um die Frage, für welche Modelle überhaupt auf Grund der vorgegebenen Stichprobe die Parameter bestimmt werden können. Die optimale Versuchsplanung und die *conjoint analysis* beschäftigen sich umgekehrt mit dem Problem, zu einem gegebenen parametrisierten Modell möglichst kleine Stichproben zu finden, mit denen sich die Parameter schätzen lassen.

Als zweite statistische Anwendung soll das Überprüfen von Hypothesen mittels Kontingenztafeln betrachtet werden. Oft verwendet man dazu einfach einen χ^2 -Test, jedoch sind die mathematischen Voraussetzungen für dessen Anwendbarkeit in der Praxis meist nicht gegeben. Es gibt auch einen exakten Test von FISHER, der allerdings rechnerisch extrem aufwendig ist. Die algebraische Statistik hat ein Verfahren entwickelt, um mit sogenannten MARKOV-Basen ein dynamisches System zu definieren, mit dem die Irrtumswahrscheinlichkeiten mit vertretbarem Aufwand mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden können.

Hörerkreis: Die Vorlesungen ist in erster Linie für die Masterstudiengänge gedacht, kann aber auch im Bachelor gehört werden, sofern Sie über gute Kenntnisse in Linearer Algebra sowie Grundkenntnisse in Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik verfügen.

Zu dieser Vorlesung existiert ein **Skriptum**, das gegebenenfalls während des Semesters noch etwas aktualisiert werden wird. Weitere Literatur finden Sie auf der Rückseite.

Literaturauswahl:

DAVID A. COX, JOHN LITTLE, DONAL O'SHEA: Ideals, Varieties, and Algorithms – An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, *Springer* 2015 (im Netz der Universität Mannheim auch elektronisch verfügbar)

GIOVANNI PISTONE, EVA RICCOMAGNO, HENRY P. WYNN : Algebraic Statistics: Computational Commutative Algebra in Statistics, *Chapman & Hall* 2000

SATOSHI AOKI, HISAYUKI HARA, AKIMICHI TAKEMURA: Markov Bases in Algebraic Statistics, *Springer* 2012

Für einen ersten Überblick gut geeignet ist die (auch im Internet zu findende) Arbeit

EVA RICCOMAGNO: A short history of algebraic statistics, *Metrika* **69** (2009), 397–418