

19. Mai 2024

## 11. Übungsblatt Algebraische Statistik

### Aufgabe 1: (3 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Das Polynom  $X^n - Y^n$  ist für  $n \geq 2$  reduzibel.
- b) Folgern Sie, daß jedes irreduzible Binom ein Kreis ist.

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

$\mathcal{B} \subset \mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\} \subset \mathbb{N}_0^d$  seien zwei endliche Teilmengen von  $\mathbb{N}_0^d$ , und  $R$  sei der Polynomring über  $\mathbb{Q}$  in den Variablen  $X_i$ , für die  $a_i$  in  $\mathcal{B}$  liegt. Zeigen Sie:

- a)  $I_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{A}} \cap R$
- b)  $\mathcal{C}_{\mathcal{B}} = \mathcal{C}_{\mathcal{A}} \cap R$
- c)  $\mathcal{U}_{\mathcal{B}} = \mathcal{U}_{\mathcal{A}} \cap R$
- d)  $\mathcal{G}r_{\mathcal{B}} = \mathcal{G}r_{\mathcal{A}} \cap R$

### Aufgabe 3: (12 Punkte)

Hier sei  $\mathcal{A} = \left\{ \binom{1}{0}, \binom{1}{1}, \binom{1}{2}, \binom{1}{3} \right\}$ .

- a) Bestimmen Sie  $\mathcal{C}_{\mathcal{A}}$ !
- b) Vergleichen Sie mit den Schranken, die die Lemmata und Sätze aus der Vorlesung für die Komponenten und die Grade der Kreise geben!
- c) Bestimmen Sie die GRAVER-Basis von  $\mathcal{A}$ !
- d) Bestimmen Sie bezüglich irgendeiner Monomordnung eine GRÖBNER-Basis von  $I_{\mathcal{A}}$ !

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 22. Mai 2024, um 15.30 Uhr