

19. Mai 2024

11. Übungsblatt Algebraische Statistik

Aufgabe 1: (3 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Das Polynom $X^n - Y^n$ ist für $n \geq 2$ reduzibel.
- b) Folgern Sie, daß jedes irreduzible Binom ein Kreis ist.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

$\mathcal{B} \subset \mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\} \subset \mathbb{N}_0^d$ seien zwei endliche Teilmengen von \mathbb{N}_0^d , und R sei der Polynomring über \mathbb{Q} in den Variablen X_i , für die a_i in \mathcal{B} liegt. Zeigen Sie:

- a) $I_{\mathcal{B}} = I_{\mathcal{A}} \cap R$
- b) $\mathcal{C}_{\mathcal{B}} = \mathcal{C}_{\mathcal{A}} \cap R$
- c) $\mathcal{U}_{\mathcal{B}} = \mathcal{U}_{\mathcal{A}} \cap R$
- d) $\mathcal{G}r_{\mathcal{B}} = \mathcal{G}r_{\mathcal{A}} \cap R$

Aufgabe 3: (12 Punkte)

Hier sei $\mathcal{A} = \left\{ \binom{1}{0}, \binom{1}{1}, \binom{1}{2}, \binom{1}{3} \right\}$.

- a) Bestimmen Sie $\mathcal{C}_{\mathcal{A}}$!
- b) Vergleichen Sie mit den Schranken, die die Lemmata und Sätze aus der Vorlesung für die Komponenten und die Grade der Kreise geben!
- c) Bestimmen Sie die GRAVER-Basis von \mathcal{A} !
- d) Bestimmen Sie bezüglich irgendeiner Monomordnung eine GRÖBNER-Basis von $I_{\mathcal{A}}$!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 22. Mai 2024, um 15.30 Uhr