

12. Mai 2024

10. Übungsblatt Algebraische Statistik

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Angenommen, alle Vektoren aus der Menge $\mathcal{A} \subset \mathbb{Z}^d$ liegen bereits in \mathbb{N}_0^d . Zeigen Sie, daß man dann bei dem in der Vorlesung behandelten Algorithmus zur Berechnung einer GRÖBNER-Basis des torischen Ideals $I_{\mathcal{A}}$ auf die Variable T_0 verzichten kann!

Aufgabe 2: (9 Punkte)

- a) Bestimmen Sie für den Fall der klassischen Vierfeldertafel für zwei Faktoren mit jeweils zwei Ausprägungen die Matrix A des log-affinen Modells, eine MARKOV-Basis, sowie die universelle Gröbnerbasis des torischen Ideals!
- b) Was ändert sich, wenn einer der beiden Faktoren drei Ausprägungen annehmen kann?

Aufgabe 3: (8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie für das in der Vorlesung betrachtete Beispiel der Abbildung

$$\pi: \begin{cases} \mathbb{N}_0^3 \rightarrow \mathbb{Z} \\ (u_1, u_2, u_3) \mapsto u_1 + 2u_2 + 4u_3 \end{cases}$$

die möglichen reduzierten GRÖBNER-Basen des torischen Ideals $I_{\{1,2,4\}}$ bezüglich der verschiedenen Monomordnungen auf dem Polynomring $k[X, Y, Z]$!

- b) Zeigen Sie, daß das Binom $X^2Y - Z$ primitiv ist, aber in keiner der reduzierten GRÖBNER-Basen vorkommt!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 15. Mai 2024, um 15.30 Uhr