

15. Mai 2016

## 9. Übungsblatt Algebraische Statistik

### Aufgabe 1: (8 Punkte)

Wir betrachten noch einmal das Design  $D$  von Aufgabe 2 des vorigen Übungsblatts, bestehend aus den vier Punkten  $P_1 = (1, 0, 2)$ ,  $P_2 = (-2, 1, 0)$ ,  $P_3 = (0, 2, -1)$  und  $P_4 = (-1, 2, -1)$ . Wie dort gezeigt wurde, ist  $\text{Est}_\tau(D) = \{1, Z, Z^2, X\}$  für die lexikographische Ordnung  $\tau$ .

- Betrachten Sie für die Teilmenge  $L = \{1, Z^2, X\}$  die Matrix  $Z$ , deren Spalten aus den Werten dieser drei Funktionen in den vier Designpunkten bestehen!
- Bestimmen Sie eine obere Dreiecksmatrix  $U$ , für die  $Z^T Z = U^T U$  ist!
- Bestimmen Sie drei über  $D$  orthogonale Polynome  $h_1, h_2, h_3$  derart, daß sich jedes Polynom  $\theta_1 + \theta_2 Z^2 + \theta_3 X$  auch in der Form  $c_1 h_1 + c_2 h_2 + c_3 h_3$  schreiben läßt!

### Aufgabe 2: (12 Punkte)

Das Design  $D$  bestehe aus den vier Punkten  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, 0)$  und  $(2, 1)$ .

- Bestimmen Sie eine universelle GRÖBNER-Basis von  $I(D)$  und die Menge  $\text{Est}(D)$ .
- Berechnen Sie die Design-Matrix  $Z$  für  $D$  und  $\text{Est}(D)$ !
- Bestimmen Sie eine obere Dreiecksmatrix  $U$ , für die  $Z^T Z = U^T U$  ist!
- Bestimmen Sie vier über  $D$  orthogonale Polynome  $h_1, h_2, h_3, h_4$  derart, daß sich das vollständige lineare Modell über  $\text{Est}(D)$  auch als Linearkombination der  $h_i$  schreiben läßt!
- Bestimmen Sie die vier Linearkombinationen der  $h_i$ , die jeweils an einem der vier Designpunkte den Wert eins annehmen und an den anderen drei verschwinden!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 19. Mai 2016, um 15.25 Uhr