

15. Mai 2016

9. Übungsblatt Algebraische Statistik

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Wir betrachten noch einmal das Design D von Aufgabe 2 des vorigen Übungsblatts, bestehend aus den vier Punkten $P_1 = (1, 0, 2)$, $P_2 = (-2, 1, 0)$, $P_3 = (0, 2, -1)$ und $P_4 = (-1, 2, -1)$. Wie dort gezeigt wurde, ist $\text{Est}_\tau(D) = \{1, Z, Z^2, X\}$ für die lexikographische Ordnung τ .

- Betrachten Sie für die Teilmenge $L = \{1, Z^2, X\}$ die Matrix Z , deren Spalten aus den Werten dieser drei Funktionen in den vier Designpunkten bestehen!
- Bestimmen Sie eine obere Dreiecksmatrix U , für die $Z^T Z = U^T U$ ist!
- Bestimmen Sie drei über D orthogonale Polynome h_1, h_2, h_3 derart, daß sich jedes Polynom $\theta_1 + \theta_2 Z^2 + \theta_3 X$ auch in der Form $c_1 h_1 + c_2 h_2 + c_3 h_3$ schreiben läßt!

Aufgabe 2: (12 Punkte)

Das Design D bestehe aus den vier Punkten $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$ und $(2, 1)$.

- Bestimmen Sie eine universelle GRÖBNER-Basis von $I(D)$ und die Menge $\text{Est}(D)$.
- Berechnen Sie die Design-Matrix Z für D und $\text{Est}(D)$!
- Bestimmen Sie eine obere Dreiecksmatrix U , für die $Z^T Z = U^T U$ ist!
- Bestimmen Sie vier über D orthogonale Polynome h_1, h_2, h_3, h_4 derart, daß sich das vollständige lineare Modell über $\text{Est}(D)$ auch als Linearkombination der h_i schreiben läßt!
- Bestimmen Sie die vier Linearkombinationen der h_i , die jeweils an einem der vier Designpunkte den Wert eins annehmen und an den anderen drei verschwinden!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 19. Mai 2016, um 15.25 Uhr