

18. April 2016

## 6. Übungsblatt Algebraische Statistik

### Aufgabe 1: (6 Punkte)

Es wird vermutet, daß eine Größe  $z$  gemäß  $z = a + bx + cy + dxy$  von zwei weiteren Größen  $x$  und  $y$  abhängt. Empirisch werden die folgenden Kombination von  $x, y, z$  beobachtet:

$x$	$y$	$z$
1	1	0
1	-1	1
-1	1	-1
-1	-1	2

Bestimmen Sie die dazu passenden Parameterwerte  $a, b, c, d$ !

### Aufgabe 2: (11 Punkte)

Das Design  $D$  bestehe aus den Punkten  $(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (1, -1)$  und  $(1, 1)$ .

- Bestimmen Sie alle Ordnungsideale, die zu einem auf Grund von  $D$  schätzbaren Modell führen!
- Ist das Modell  $\theta_1 X + \theta_2 Y + \theta_3 X^2 + \theta_4 XY + \theta_5 Y^2$  auf Grund von  $D$  schätzbar?
- Zeigen Sie, daß  $D$  die Nullstellenmenge des von den Polynomen  $f_1 = X^3 - X$ ,  $f_2 = Y^2 - 1$  und  $f_3 = (X^2 - 1)(Y + 1)$  erzeugten Ideals  $I$  ist!
- Zeigen Sie, daß  $f_1, f_2, f_3$  bezüglich jeder Monomordnung eine GRÖBNER-Basis von  $I$  bilden!
- Folgern Sie, daß  $I = \sqrt{I}$  und somit  $I$  das Designideal von  $D$  ist!

### Aufgabe 3: (3 Punkte)

- Zeigen Sie, daß der Fächer eines eindimensionalen Designs stets minimal ist.
- Warum ist das kein Widerspruch zu dem Satz, daß der Fächer eines „allgemeinen“ Designs maximal ist?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 21. April 2016, um 15.25 Uhr