

3. Dezember 2013

10. Übungsblatt Algebraische Statistik

Auswahl möglicher Prüfungsfragen

- Erklären Sie die Begriffe Ideal, Erzeugendensystem, monomiales Ideal und Monomordnung!
- Was besagt der HILBERTSche Basissatz? *Beweisidee?*
- Was besagt der HILBERTSche Nullstellensatz? *Beweisidee?*
- Was ist eine GRÖBNER-Basis?
- Wie kann man erzwingen, daß sie eindeutig bestimmt ist?
- Wie kann man, ausgehend von einem gegebenen Erzeugendensystem, eine GRÖBNER-Basis bestimmen?
- Wie kann man GRÖBNER-Basen zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme verwenden?
- Was ist die algebraische Varietät $V(I)$ zu einem Ideal I aus $k[X_1, \dots, X_d]$, und was ist das Ideal $I(V)$ einer algebraischen Varietät V in k^d ?
- Ist stets $I(V(I)) = I$ und $V(I(V)) = V$?
- Wie läßt sich eine Vektorraumbasis von $k[X_1, \dots, X_d]/I(V)$ bestimmen?
- Was können Sie über V sagen, wenn dieser Vektorraum endlich ist?
- $V \subset k^d$ sei eine algebraische Varietät und $\pi: k^d \rightarrow k^e$ die Projektion auf die ersten e Koordinaten. Wie können Sie, ausgehend von $I(V)$, das Ideal $I(\pi(V))$ bestimmen?
- Was ist ein Design?
- Wie läßt sich dessen Ideal berechnen?
- Wie vereinfacht sich diese Berechnung im Falle eines binären Designs?
- Geben Sie eine Basis des Vektorraums $\mathcal{L}(D)$ aller k -wertiger Funktionen auf einem Design D an!
- Wie läßt sich $\mathcal{L}(D)$ als Faktorraum eines Polynomrings realisieren? Was bietet sich bei dieser Darstellung als Basis an?
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen den beiden Basen?
- Was ist der Fächer eines Designs?
- Wie kann man ihn berechnen?
- $D \subset k^d$ sei das Produkt von d Teilmengen des Körpers k . Was können Sie über den Fächer von D sagen?
- Was ist ein Indikatorpolynom, und wie bestimmt man es?
- Was ist das Indikatorpolynom eines binären Designs $D \subset \{0, 1\}^d$ in Bezug auf das volle binäre Design $\{0, 1\}^d$?
- Welche statistischen Modelle lassen sich anhand eines Designs $D \subset k^d$ schätzen?
- Was ist *confounding* oder *aliasing*?
- Was ist die Matrix eines Designs, und wozu verwendet man sie?

- Wie ist die Menge $\text{Est}_\tau(D)$ eines Designs zu einer Monomordnung τ definiert?
- Wann sind für zwei Monomordnungen σ, τ die Mengen $\text{Est}_\sigma(D)$ und $\text{Est}_\tau(D)$ gleich?
- $D_1, D_2 \subset k^d$ seien zwei Designs mit leerem Durchschnitt. Ist dann

$$\text{Est}_\tau(D_1 \cup D_2) = \text{Est}_\tau(D_1) \cup \text{Est}_\tau(D_2) ?$$

- Wie läßt sich zu einem Design D die Menge $\text{Est}_\tau(D)$ schrittweise aufbauen?
- Was ist ein Ordnungsideal?
- Gibt es zu jedem Ordnungsideal eine Monomordnung, die dieses produziert?
- Wie groß kann die Menge aller Ordnungsideale eines Designs D werden?
- Wie berechnet man diese Menge?
- Wie lassen sich statistische Modelle mit periodischen Funktionen schätzen?
- Wie läßt sich die Ausfallsicherheit eines Systems mit Designs modellieren?
- Wann sind zwei Funktionen $f, g: D \rightarrow k$ auf einem binären Design orthogonal?
- $D \subset k^d$ sei eine endliche Menge, versehen mit der Struktur eines Wahrscheinlichkeitsraums. Wie läßt sich die Menge aller Zufallsvariablen $X: D \rightarrow k$ zu einem Ring machen?
- Wie läßt sich die Ringmultiplikation bezüglich der Polynomrepräsentation beschreiben?
- Wie läßt sich der Erwartungswert bezüglich einer beliebigen Wahrscheinlichkeitsverteilung auf D zurückführen auf den Erwartungswert bezüglich der Gleichverteilung?
- Was sind die Momente einer Zufallsvariablen auf D ?
- Wozu dienen exponentielle Modelle, und wie kann man sie algebraisch behandeln?
- Wie sieht ein allgemeines statistisches Modell aus?
- Wie kann man zu Aussagen über die Varietät der Parameterwerte kommen?