

18. Oktober 2013

## 6. Übungsblatt Algebraische Statistik

### Aufgabe 1: (6 Punkte)

Es wird vermutet, daß eine Größe  $z$  gemäß  $z = a + bx + cy + dxy$  von zwei weiteren Größen  $x$  und  $y$  abhängt. Empirisch werden die folgenden Kombination von  $x, y, z$  beobachtet:

$x$	$y$	$z$
1	1	0
1	-1	1
-1	1	-1
-1	-1	2

Bestimmen Sie die dazu passenden Parameterwerte  $a, b, c, d$ !

### Aufgabe 2: (6 Punkte)

- Bestimmen Sie für das Design  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \in \{-1, 0, 1\}\}$  alle linearen Abbildungen  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , die in jedem Punkt von  $D$  einen anderen Wert annehmen!
- Bestimmen Sie für das Design  $D$  aus den vier Punkten  $P_1 = (0, 0)$ ,  $P_2 = (0, 2)$ ,  $P_3 = (1, 1)$  und  $P_4 = (1, 3)$  ein Polynom aus  $\mathbb{R}[X, Y]$ , das für den Punkt  $P_i$  dem Wert  $i$  annimmt!

### Aufgabe 3: (8 Punkte)

- Bestimmen Sie das Design zum Ideal  $I = (X^2 - X, Y^2 - Y, XY)$  aus  $\mathbb{R}[X, Y]$ !
- Zeigen Sie, daß die drei angegebenen Polynome bezüglich jeder Monomordnung auf  $\mathbb{R}[X, Y]$  eine GRÖBNER-Basis bilden!
- Bestimmen Sie die Vektorraumbasis  $\text{Est}_\tau(D)$  von  $\mathbb{R}[X, Y]/I$  bezüglich aller möglicher Monomordnungen!
- Wir betrachten als statistisches Modell eine beliebige Linearkombination der Monome aus  $\text{Est}_\tau(D)$ . Geben Sie explizit an, wie man aus den Werten dieses Polynoms in den Designpunkten die Modellparameter schätzen kann!

Abgabe bis zum Freitag, dem 25. Oktober 2013, um 11.55 Uhr