

14. Oktober 2020

### 3. Übungsblatt Algebra

**Aufgabe 1:** (3 Punkte)

Welche Bedingungen müssen die reellen Zahlen  $p$  und  $q$  erfüllen, damit die kubische Gleichung  $x^3 + px + q = 0$  keine, eine, zwei oder drei verschiedene reelle Nullstellen hat?

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

Schreiben Sie das Polynom  $X^2Y^2 + X^2Z^2 + Y^2Z^2$  als Polynom in den elementarsymmetrischen Funktionen in  $X, Y$  und  $Z$ !

**Aufgabe 3:** (5 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Gleichung  $x^3 - 6x + 4 = 0$  drei verschiedene reelle Lösungen hat, und bestimmen Sie diese dann *exakt* über einen trigonometrischen Ansatz!

*Hinweis:*  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$  und  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ . Möglicherweise kommen Sie mit der Berechnung der Kosinus- und Arkuskosinuswerte besser zurecht, wenn Sie auftretende Winkel im Gradmaß betrachten.

**Aufgabe 4:** (6 Punkte)

Zu ihrem großen Leidwesen müssen die Mitglieder des traditionsreichen Männergesangsvereins *Hinterdinghartinger Frohsinn von 1867* als Konzession an das 21. Jahrhundert zu ihrem Jahresausflug auch die Familien mitnehmen. Jedes Mitglied bringt daher, falls vorhanden, seine Frau mit, und wenn das Paar Kinder hat, kommen auch die. An einem schönen Herbsttag um zehn Uhr morgens brechen achtundvierzig Personen auf; die größte Familie umfaßt sieben Personen. Um halb elf Uhr erreichen sie einen Stand, der Erfrischungen und Blumen verkauft. Jeder Mann konsumiert dort Bier im Wert von dreizehn Euro, und falls er nicht alleine unterwegs ist, schenkt er seiner Frau einen Blumenstrauß für fünf Euro. Falls er Kinder dabei hat, spendiert er jedem Limonade für zwei Euro. Insgesamt nimmt der Stand dabei dreihundert Euro ein. Was können Sie über die Anzahl der Männer, Frauen und Kinder sagen?

**Aufgabe 5:** (2 Punkte)

Zeigen Sie: Ist  $x$  eine rationale Nullstelle des Polynoms

$$a_d X^d + a_{d-1} X^{d-1} + \cdots + a_1 X + a_0 \quad \text{mit} \quad a_i \in \mathbb{Z},$$

und ist  $x = p/q$  eine Darstellung von  $x$  als gekürzter Bruch, so ist  $p$  ein Teiler von  $a_0$  und  $q$  ein Teiler von  $a_d$ .

**Abgabe** bis zum Dienstag, dem 20. Oktober 2020, um 15.20 Uhr