

7. Oktober 2020

2. Übungsblatt Algebra

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Satzes von VIÈTE die Nullstellen der folgenden Polynome:

- a) $f = X^5 - 2X^4 - 11X^3 + 40X^2 - 44X + 16$
b) $g = X^5 + 2X^4 - 4X^3 - 8X^2 + 3X + 6$

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe der Cardanischen Formel die Lösungen folgender kubischer Gleichungen:

- a) $x^3 + 9x^2 + 24x + 20 = 0$
b) $y^3 + 15y + 20 = 0$
c) $z^3 - 9z - 12 = 0$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

- a) Stellen Sie die Zahl $1 + i$ in Polarkoordinaten dar, und geben Sie eine dritte Wurzel sowohl in Polarkoordinaten als auch in kartesischen Koordinaten an! Die kartesische Darstellung soll dabei ohne trigonometrische Funktionen auskommen. (*Hinweis: Wahrscheinlich fällt Ihnen die Lösung leichter, wenn Sie mit Winkeln im Grad- statt im Bogenmaß rechnen.*)
b) Bestimmen Sie alle Zahlen $x = a + b\sqrt{3}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$, für die gilt: $x^3 = 10 - 6\sqrt{3}$
c) Zeigen Sie: Für $z = n + m\sqrt{3}$ kann es höchstens dann ein $x = a + b\sqrt{3}$ mit ganzzahligem a, b und $x^3 = z$ geben, wenn m durch drei teilbar ist.

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- a) Zeigen Sie, daß die Gleichung $x^3 + px = q$ für $p \in \mathbb{R}_{>0}$ und $q \in \mathbb{R}$ genau eine reelle Lösung hat!
b) Diese Lösung hat das gleiche Vorzeichen wie q .
c) Berechnen Sie nach der Formel von CARDANO die reellen Lösungen der Gleichung

$$x^3 + 24x = 56!$$

Abgabe bis zum Dienstag, dem 13. Oktober 2020, um 15.20 Uhr