

29. November 2018

## 12. Übungsblatt Algebraische Statistik

### Aufgabe 1: (12 Punkte)

- Stellen Sie für den klassischen Vierfeldertest ein log-lineares Modell  $\mathcal{M}_A$  auf!
- Bestimmen Sie alle Elemente des Gitters  $\mathcal{L} = \text{Kern}_{\mathbb{Z}}(A)$ !
- Finden Sie eine Basis dieses Gitters, d.h. eine Teilmenge  $\mathcal{B} = \{b_1, \dots, b_r\}$  derart, daß sich jedes Element des Gitters eindeutig als eine  $\mathbb{Z}$ -Linearkombination der  $b_i$  schreiben läßt!
- Ist  $\mathcal{B}$  eine MARKOV-Basis?
- Bestimmen Sie das Gitterideal  $I_{\mathcal{L}}$ !
- Finden Sie rein algebraisch (ohne Benutzung des Satzes über MARKOV-Basen) ein Erzeugendensystem dieses Ideals!
- Finden Sie auch eine GRÖBNER-Basis!
- Wie kann, in Abhängigkeit von der Monomordnung, das Ideal der führenden Monome von  $I_{\mathcal{L}}$  aussehen?

### Aufgabe 2: (8 Punkte)

- $X$  und  $Y$  seien zwei Zufallsvariablen, die Werte in  $\{1, \dots, r\}$  bzw.  $\{1, \dots, c\}$  annehmen, und  $\mathcal{M}_A$  sei das zugehörige log-lineare Modell. Zeigen Sie, daß  $\text{Kern}_{\mathbb{Z}}(A) \cap \mathbb{N}_0^{r \times c}$  nur aus dem Nullvektor besteht!
- Geben Sie für den Spezialfall  $r = 2$  und  $c = 3$  ohne Benutzung von Sätzen aus der Vorlesung explizit eine MARKOV-Basis an!
- Finden Sie einen Weg, um mit dieser MARKOV-Basis von der Tafel

14	12	16		13	15	14
8	17	10	zur Tafel	9	14	12

zu kommen!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 5. Dezember 2018, um 11.55 Uhr