Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

B6, B4.18

18. Oktober 2018

6. Übungsblatt Algebraische Statistik

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Zu drei Merkmalen, von denen jeweils drei Stufen betrachtet werden, sollen alle möglichen Merkmalskombinationen untersucht werden.

a) Geben Sie ein entsprechendes Design D an und bestimmen Sie dessen Ideal $I(D)$!

b) Bestimmen Sie einen möglichst einfachen Vektorraum von Polynomen derart, daß jede Äquivalenzklasse modulo $I(D)$ genau ein Polynom aus diesem Raum enthält!

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Es wird vermutet, daß eine Größe z gemäß $z = a + bx + cy + dxy$ von zwei weiteren Größen x und y abhängt. Empirisch werden die folgenden Kombination von x, y, z beobachtet:

x	y	z
1	1	0
1	−1	1
−1	1	−1
−1	−1	2

Bestimmen Sie die dazu passenden Parameterwerte a, b, c, d !

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Bestimmen Sie für das Design $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \in \{-1, 0, 1\}\}$ alle linearen Abbildungen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, die in jedem Punkt von D einen anderen Wert annehmen!

b) Bestimmen Sie für das Design D aus den vier Punkten $P_1 = (0,0)$, $P_2 = (0,2)$, $P_3 = (1,1)$ und $P_4 = (1,3)$ ein Polynom aus $\mathbb{R}[X,Y]$, das für den Punkt P_i dem Wert i annimmt!

Aufgabe 4: *(7 Punkte)*

a) Bestimmen Sie das Design zum Ideal $I = (X^2 - X, Y^2 - Y, XY)$ aus $\mathbb{R}[X,Y]$!

b) Zeigen Sie, daß die drei angegebenen Polynome bezüglich jeder Monomordnung auf $\mathbb{R}[X,Y]$ eine Gröbner-Basis bilden!

c) Bestimmen Sie die Vektorraumbasis $\mathrm{Est}_\tau(D)$ von $\mathbb{R}[X,Y]/I$ bezüglich aller möglicher Monomordnungen!

d) Wir betrachten als statistisches Modell eine beliebige Linearkombination der Monome aus $\mathrm{Est}_\tau(D)$. Geben Sie explizit an, wie man aus den Werten dieses Polynoms in den Designpunkten die Modellparameter schätzen kann!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 24. Oktober 2018, um 11.55 Uhr