

26. September 2018

## 4. Übungsblatt Algebraische Statistik

### Aufgabe 1: (6 Punkte)

- Berechnen Sie für das Ideal  $I = (XY - 1)$  in  $\mathbb{Q}[X, Y]$  das Eliminationsideal  $J = I \cap \mathbb{Q}[X]$  und überprüfen Sie, ob  $V(J)$  gleich dem Bild von  $V(I)$  unter der Projektion  $\mathbb{Q}^2 \rightarrow \mathbb{Q}$  ist!
- Bestimmen Sie für das Ideal  $I = (X^2 - Y, X^2 - Z)$  in  $\mathbb{R}[X, Y, Z]$  eine Basis des Ideals  $J = I \cap \mathbb{R}[Y, Z]$ !
- Für welche Punkte  $(b, c) \in V(J) \subseteq \mathbb{R}^2$  gibt es Punkte  $(a, b, c) \in V(I) \subseteq \mathbb{R}^3$ ?

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

Lösen Sie (irgendwie) das Gleichungssystem

$$2x + 3z^2 - 9z = 4, \quad y - 2z^2 + 3z = 1, \quad z^3 - 3z^2 + 2z = 0!$$

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

Finden Sie (irgendwie) Ideale in  $\mathbb{R}[X, Y]$ , deren Nullstellenmengen genau aus den folgenden Punkten bestehen:

- $(3, 5)$
- $(\pm 1, \pm 1)$
- $(1, 4), (4, 7)$  und  $(2, 5)$
- $(1, 4), (4, 1), (4, 7), (7, 4), (2, 5)$  und  $(5, 2)$

### Aufgabe 4: (6 Punkte)

- Finden Sie ein Ideal  $I$  in  $\mathbb{Q}[X, Y]$  mit  $V(I) = \{(1, 2), (1, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 5)\}$ !
- Berechnen Sie die Durchschnitte  $I \cap \mathbb{Q}[X]$  und  $I \cap \mathbb{Q}[Y]$  sowie deren Nullstellenmengen!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 10. Oktober 2018, um 11.55 Uhr