

## Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 22. Dezember 2005

- a) Bestimmen Sie, so dies nicht bereits letzte Woche gemacht wurde, Eigenwerte, Eigenvektoren und Hauptvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} !$$

- b)  $n$  sei eine natürliche Zahl. Was ist  $A^n$  für die gerade betrachtete Matrix?  
c) Was ist  $e^{A t}$ ?  
d) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -2x(t) - 3x(t) - z(t) \\ \dot{y}(t) &= x(t) + 2y(t) + z(t) \\ \dot{z}(t) &= 2x(t) + 2y(t) + z(t) ! \end{aligned}$$

- e) Bestimmen Sie die spezielle Lösung mit  $x(0) = z(0) = 1$  und  $y(0) = 0$ !  
f) Bestimmen Sie die spezielle Lösung mit  $x(3) = z(3) = 1$  und  $y(3) = 0$ !  
g) Welche Lösungen des Differentialgleichungssystems bleiben beschränkt für  $t \rightarrow \infty$ ?

Die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$  habe unter anderem die Eigenwerte  $\pm 1$  mit algebraischer Vielfachheit eins,  $2 + 3i$  mit algebraischer Vielfachheit zwei und  $-3 + 5i$  mit algebraischer Vielfachheit drei; die geometrische Vielfachheit sei jeweils eins.

- h) Was ist  $\det A$ ?  
i) Welche Möglichkeiten gibt es für das Langzeitverhalten einer Lösung des Differentialgleichungssystems  $\dot{\vec{y}}(t) = A\vec{y}(t)$ ?  
j) Welche dieser Möglichkeiten wird am häufigsten zu beobachten sein?  
k) Schreiben Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + y(t) = 0$$

um in ein äquivalentes System von Differentialgleichungen erster Ordnung und bestimmen Sie so ihre Lösung!



*FRÖHE WEIHNACHTEN*  
*und*  
*VIEL ERFOLG BEI DEN KLAUSUREN IM NEUEN JAHR!*