

## Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 17. November 2005

- a) *Richtig oder falsch:* Die Funktion  $f(t) = |\sin t|$  ist linear unabhängig von den Funktionen  $1, \cos kt, \sin \ell t$  mit  $k, \ell \in \mathbb{N}$ .
- b) *Richtig oder falsch:* Die Funktionen  $1, \cos kt, \sin \ell t$  mit  $k, \ell \in \mathbb{N}$  bilden ein vollständiges Orthonormalsystem für  $L_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ .
- c) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine gerade Funktion, so auch  $\widehat{f}(\omega)$ .
- d) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine ungerade Funktion, so auch  $\widehat{f}(\omega)$ .
- e) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine gerade Funktion, so auch  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
- f) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine ungerade Funktion, so auch  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ .
- g) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$$

- h) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$$

- i) Was ist  $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$  für  $\lambda \in \mathbb{R}$ ?
- j) Gilt dies auch für komplexe  $\lambda$ ?
- k) Berechnen Sie  $\mathcal{L}\{\sinh at\}(s)$  und  $\mathcal{L}\{\cosh at\}(s)$ !
- l) Interpretieren Sie die Ergebnisse für  $a = i\omega$ !
- m) Berechnen Sie  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$  für  $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } [t] \text{ ungerade} \end{cases}$  ! Stellen Sie das Ergebnis nicht als unendliche Summe dar, sondern als geschlossenen Ausdruck!
- n) Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformierte von  $g(t) = t - [t]$  und stellen Sie auch hier das Ergebnis in geschlossener Form dar! ( $[t] =$  größte ganze Zahl  $\leq t$ )
- o) Geben Sie für die Funktionen aus den beiden vorigen Aufgaben für jedes  $t \in \mathbb{R}$  an, wohin die FOURIER-Reihe der Funktion konvergiert!
- p) Die FOURIER-transformierbare Funktion  $f$  erfülle die Gleichung

$$\ddot{f}(t) + 4\dot{f}(t) - 3f(t) = g(t)$$

mit einer FOURIER-transformierbaren Funktion  $g$ . Drücken Sie  $\widehat{f}(\omega)$  durch  $\widehat{g}(\omega)$  aus!

- q) Zeigen Sie:  $\mathcal{L}\{tf(t)\}(s) = -\frac{d}{ds}\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ !
- r) Was ist  $\mathcal{L}\{t^2 f(t)\}(s)$ ?
- s) Was ist  $\mathcal{L}\{t^{2005} e^{-2006t}\}(s)$ ?
- t) Was ist  $\mathcal{L}\{t^{2005} e^{-2006t}\}(s)$ ?