

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 3. November 2005

- a) *Richtig oder falsch:* Die Summe zweier trigonometrischer Polynome ist wieder ein trigonometrisches Polynom.
- b) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier trigonometrischer Polynome $f, g \in P_T(\mathbb{C})$ ist wieder ein trigonometrisches Polynom.
- c) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier trigonometrischer Polynome $f, g \in P_T(\mathbb{R})$ ist wieder ein trigonometrisches Polynom.
- d) *Richtig oder falsch:* Jedes trigonometrische Polynom hat eine Stammfunktion, die selbst ein trigonometrisches Polynom ist.
- e) Bestimmen Sie die reellen und die komplexen FOURIER-Reihen der folgenden Funktionen:

$$f(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right), \quad g(t) = 2 + \cos^3 t \quad \text{und} \quad h(t) = \frac{1 - e^{iNt}}{1 - e^{it}} \quad (N \in \mathbb{N})!$$

- f) Der zweiweggleichgerichtete Sinus ist die Funktion $f(t) = |\sin t|$. Skizzieren Sie diese Funktion im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$ und berechnen Sie ihre reelle FOURIER-Reihe!
- g) Die einweggleichgerichtete Sinusfunktion ist $f(t) = \max(\sin t, 0)$. Skizzieren Sie auch diese Funktion, und berechnen Sie, ausgehend von der der zweiweggleichgerichteten Sinusfunktion, ihre reelle FOURIER-Reihe ohne zusätzliche Integrationen!
- h) Schließen Sie aus dem vorigen Ergebnis, wiederum ohne neue Integrationen, auf die FOURIER-Reihe der einweggleichgerichteten Kosinusfunktion $f(t) = \max(\cos t, 0)$!
- i) Skizzieren Sie die Funktion $f(t) = t - [t]$, wobei $[t]$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich t bezeichnet, im Intervall $[0, 5]$, und berechnen Sie ihre reelle FOURIER-Reihe!
- j) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei periodisch mit Periode 4π , und für $t \in [-2\pi, 2\pi]$ sei

$$f(t) = \begin{cases} 2\pi + t & \text{für } -2\pi < t \leq -\pi \\ 2\pi & \text{für } -\pi < t \leq \pi \\ 2\pi - t & \text{für } \pi < t \leq 2\pi \end{cases}$$

Skizzieren Sie f über dem Intervall $[-4\pi, 4\pi]$ und berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von f !

- k) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei periodisch mit Periode vier, und für $t \in [-2, 2]$ sei $f(t) = t^2 - 2$. Skizzieren Sie f über dem Intervall $[-10, 10]$, und berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von f !