Wolfgang K. Seiler | A5, C201
Tel. 2515

9. Januar 2006

11. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Die Differenzengleichung $x_n = a_1 x_{n-1} + \cdots + a_r x_{n-r}$ hat genau dann periodische Lösungen, wenn das Polynom $\lambda^n - a_1\lambda^{n-1} - \cdots - a_r\lambda^{n-r}$ mindestens eine Nullstelle λ hat mit $\lambda^m = 1$ für ein $m \in \mathbb{N}$.

2) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^2$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine Lösung in $[0, 1]$.

3) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine reelle Lösung.

4) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \tan y(t)$ mit $y(0) = 0$ hat in $[0, 1]$ nur die Nullösung.

5) Für welche Werte von t_0 ist das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = -t/y$ mit $y(t_0) = y_0$ eindeutig lösbar?

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 0\,!$$

b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4\sin t\,!$$

c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 0\,!$$

b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 25\cos 3t + 25\sin 3t\,!$$

d) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 3: *(3 Punkte)*

a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \big(3 - 3y(t)\big) \cdot t^2$ mit $y(0) = 2$ um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von $y_0(t) = 2$, mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!

b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

Abgabe bis zum Montag, dem 16. Januar 2006, um 15.30 Uhr