Wolfgang K. Seiler
*Tel.* 2515

A5, C201

*21. November 2005*

# 6. Übungsblatt Höhere Mathematik II

**Fragen:** *(je ein Punkt)*
*Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine* kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

*1) Richtig oder falsch:* Die Funktion $e^{-t}\cos t$ ist stark abfallend.

*2) Richtig oder falsch:* Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(t) = 1$ für $|t| \leq 1$ und $f(t) = 0$ sonst ist stark abfallend.

*3) Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier stark abfallender Funktionen ist stark abfallend.

*4) Richtig oder falsch:* Jede stark abfallende Funktion hat mindestens eine stark abfallende Stammfunktion.

**Aufgabe 1:** *(10 Punkte)*
Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme (nur) mit Hilfe der Tabelle von Laplace-Transformationen auf der Rückseite des Übungsblatts:

*a)* $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = te^{-3t}, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$
*b)* $\ddot{x}(t) - 9x(t) = \cos 3t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$
*c)* $\ddot{x}(t) + 9x(t) = \cosh 3t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$
*d)* $\dot{x}(t) + 5x(t) = \sin 3t, \qquad x(0) = 0$
*e)* $\ddot{x}(t) + \ \ x(t) = \sin t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$

**Aufgabe 2:** *(4 Punkte)*

*a)* Compute the derivates with respect to $s$ of

$$\mathcal{L}\{\cosh \omega t\}(s) = \frac{s}{s^2 - \omega^2} \quad \text{and} \quad \mathcal{L}\{\sinh \omega t\}(s) = \frac{\omega}{s^2 - \omega^2}\,!$$

*b)* Using *only* the results from *a)*, construct two functions $f(t), g(t)$ such that

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \frac{s}{(s^2 - \omega^2)^2} \quad \text{und} \quad \mathcal{L}\{g(t)\}(s) = \frac{1}{(s^2 - \omega^2)^2}\,!$$

**Aufgabe 3:** *(2 Punkte)*
Bestimmen Sie die alle Funktionen $y(t)$, die der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 10\dot{y}(t) + 26y(t) = 10\cos t + 25\sin t$$

genügen!

**Abgabe** bis zum Montag, dem 28. November 2005, um 15.30 Uhr

## Einige Laplace-Transformierte

| $f(t)$ | $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ |
|---|---|
| $e^{\lambda t}$ | $\dfrac{1}{s-\lambda}$ |
| $\sin \omega t$ | $\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$ |
| $\sinh \omega t$ | $\dfrac{\omega}{s^2-\omega^2}$ |
| $\cos \omega t$ | $\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$ |
| $\cosh \omega t$ | $\dfrac{s}{s^2-\omega^2}$ |
| $e^{-\lambda t} - \cos \omega t + \dfrac{\lambda}{\omega} \sin \omega t$ | $\dfrac{\lambda^2+\omega^2}{(s^2+\omega^2)(s+\lambda)}$ |
| $e^{\lambda t} - 2e^{-\lambda t/2} \sin\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\lambda t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ | $\dfrac{3\lambda^2}{s^3-\lambda^3}$ |
| $\sinh \omega t - \sin \omega t$ | $\dfrac{2\omega^3}{s^4-\omega^4}$ |
| $\cosh \omega t - \cos \omega t$ | $\dfrac{2\omega^2 s}{s^4-\omega^4}$ |
| $\sinh \omega t + \sin \omega t$ | $\dfrac{2\omega s^2}{s^4-\omega^4}$ |
| $\cosh \omega t + \cos \omega t$ | $\dfrac{2s^3}{s^4-\omega^4}$ |
| $\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$ | $\dfrac{2\omega^3}{(s^2+\omega^2)^2}$ |
| $t \sin \omega t$ | $\dfrac{2\omega s}{(s^2+\omega^2)^2}$ |
| $\sin \omega t + \omega t \cos \omega t$ | $\dfrac{2\omega s^2}{(s^2+\omega^2)^2}$ |
| $2\cos \omega t - \omega t \sin \omega t$ | $\dfrac{2s^3}{(s^2+\omega^2)^2}$ |