

31. Oktober 2005

3. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Jedes nichtkonstante komplexe trigonometrische Polynom hat mindestens eine Nullstelle.
- 2) *Richtig oder falsch:* Falls für ein trigonometrisches Polynom $f \in P_T(\mathbb{R})$ das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ b \rightarrow \infty}} \int_a^b f(t) dt$ existiert, ist f gleich der Nullfunktion.
- 3) *Richtig oder falsch:* Differentiation definiert eine lineare Abbildung $P_T(\mathbb{R}) \rightarrow P_T(\mathbb{R})$, wobei $P_T(\mathbb{R})$ den Vektorraum aller trigonometrischer Polynome mit reellen Koeffizienten bezeichnet.
- 4) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier trigonometrischer Polynome, die nur Sinusterme enthalten, hat eine FOURIER-Reihe, die nur Kosinusterme enthält.
- 5) *Richtig oder falsch:* f, g seien periodisch mit der Periode T . Dann ist T auch die Periode von $f + g$.

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die reellen und die komplexen FOURIER-Reihen der folgenden trigonometrischen Polynome:

a) $f(t) = \sin^2 t - \cos^2 t$ b) $g(t) = \sin^4 t + \cos^4 t$ c) $h(t) = 1 + \sin t \cos t + \sin^2 t \cos^2 t$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

a) Sketch the function $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } |t| < T/4 \\ 2 & \text{for } T/4 \leq |t| \leq T/2 \end{cases}$, where $f(t + T) = f(t)$ for all $t \in \mathbb{R}$, over the interval $[-3T, 3T]$!

b) Is f even? odd? both? neither?

c) Compute the real FOURIER series of f !

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Eine Kippschwingung mit Zeitkonstante τ wird beschrieben durch die Funktion

$$f(t) = e^{-t/\tau} \quad \text{für } 0 \leq t < T,$$

die durch $f(t + T) = f(t)$ periodisch auf ganz \mathbb{R} fortgesetzt wird.

a) Skizzieren Sie $f(t)$ im Intervall $[0, 3T]$

b) Ist f gerade oder ungerade?

c) Berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von f !

Abgabe bis zum Montag, dem 7. November 2005, um 15.30 Uhr