

24. Oktober 2005

2. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Berechnen Sie $\int_{\gamma} \frac{dz}{e^{\cos^2 z}}$ für $\gamma: \begin{cases} [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 2e^{it} \end{cases}$!
- 2) Was ist $\int_{\gamma} \frac{dz}{|z|}$ für diesen Integrationsweg?
- 3) Was ist $\text{Res}_0 \frac{\sin z}{z^2}$?
- 4) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(z) = \frac{1}{|z|}$ ist meromorph auf ganz \mathbb{C} .
- 5) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ sei meromorph auf ganz \mathbb{C} und jeder ihrer Pole habe mindestens die Ordnung zwei. Dann ist $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$ für jede geschlossene Kurve γ , auf der keine Polstelle von f liegt.

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Berechnen Sie für $\gamma_1: \begin{cases} [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 3 + e^{it} \end{cases}$ und $\gamma_2: \begin{cases} [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 3 + e^{it} \end{cases}$ die folgenden Integrale:

a) $\int_{\gamma_1} \frac{dz}{z - \pi}$ b) $\int_{\gamma_1} \frac{dz}{(z - \pi)^2}$ c) $\int_{\gamma_2} \frac{dz}{z^2 - \pi^2}$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 256}$!

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{20x}{(x^2 + 4)(x^2 - 2x + 2)} dx$!