

20. Mai 2005

## 6. Übungsblatt Höhere Mathematik I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Compute the products  $\pi_1 \circ \pi_2$  and  $\pi_2 \circ \pi_1$  of the permutations  $\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$  and  $\pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ?
- 2) Berechnen Sie die inverse Permutation zu  $\pi_1$ !
- 3) Schreiben Sie die Permutationsmatrix zur Transposition  $(1, 3) \in \mathfrak{S}_3$  als Summe von Matrizen der Form  $E_{ij}$ !
- 4) Für welche Matrix  $P$  ist  $P \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a & b & c \end{pmatrix}$ ?

**Aufgabe 1:** (8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 3 & 4 \\ 2-2a & a-6 & -3 & -4 \\ a-1 & 6-2a & a-6 & 0 \\ 0 & (a+1)(a-2) & 9+4a-a^2 & a-8 \end{pmatrix}!$$

- b) Geben Sie, in Abhängigkeit von  $a$  und einer beliebigen rechten Seite, die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}$  durch möglichst einfache Formeln an!

**Problem 2:** (4 points)

- a) Let  $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$  be the matrix associated with the linear map  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  relative to the standard basis of  $\mathbb{R}^2$ . Determine the matrix associated to  $\varphi$  relative to the basis  $\mathcal{B}$  consisting of the vectors  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  and  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ !
- b) Which matrix is associated to  $\varphi^n = \underbrace{\varphi \circ \dots \circ \varphi}_{n \text{ times}}$  relative to  $\mathcal{B}$ ?
- c) Compute  $A^{10}$ !

**Aufgabe 3:** (4 Punkte)

Der Vektorraum  $P_n$  aller reeller Polynome vom Grad höchstens  $n$  hat unter anderem die Basen  $\mathcal{B}_a$  bestehend aus den Polynomen  $1, (x+a), (x+a)^2, \dots, (x+a)^n$ . Berechnen Sie die Matrizen für die Basiswechsel von  $\mathcal{B}_0$  nach  $\mathcal{B}_1$  und von  $\mathcal{B}_1$  nach  $\mathcal{B}_0$

- a) für  $n = 3$       b) für beliebiges  $n \in \mathbb{N}$ !

Abgabe bis zum Freitag, dem 27. Mai 2005, um 12.00 Uhr