

13. Mai 2005

5. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Falls es in einem linearen Gleichungssystem über \mathbb{R} weniger Gleichungen als Variable gibt, ist die Lösungsmenge unendlich.
- 2) *Richtig oder falsch:* Wenn die Matrix eines linearen Gleichungssystems invertierbar ist, hat das System genau eine Lösung.
- 3) *Richtig oder falsch:* Die Menge aller rechter Seiten \vec{b} , für die das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ lösbar ist, ist ein Vektorraum.
- 4) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $x+y = 2$ und $ix-iy = 4$ über den komplexen Zahlen!
- 5) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $x + y = 1$, $y + z = 1$ und $x + z = 1$ über dem Körper \mathbb{F}_2 !

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Bestimmen Sie, in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$, die Lösungsmenge $\mathcal{L}_a \subseteq \mathbb{R}^3$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcl} x + 2y - & az = 8 \\ 2x + y + (a + 3)z = 7 \\ x + ay + & z = 4a + 1 \end{array}$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Bestimmen Sie, in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$, die Lösungsmenge $\mathcal{L}_a \subseteq \mathbb{R}^4$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcl} x + y - z = 1 \\ 3w + ax - y + z = 2a \\ w - y + z = 1 \\ aw - x - ay + 3z = 1 \end{array}$$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Bestimmen Sie, soweit möglich, die inversen Matrizen zu

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

und geben Sie gegebenenfalls auch an, unter welchen Bedingungen an $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ die angegebenen Matrizen *nicht* invertierbar sind!

Abgabe bis zum Freitag, dem 20. Mai 2005, um 12.00 Uhr