Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 16. Februar 2001

Der wichtigste Aspekt des Statistikteils der Vorlesung ist die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten, mit denen Meßwerte, Mittelwerte und ähnliches zwischen (oder über/unter) vorgegebenen Werten liegen. Falls dies letzte Woche der Klausurvorbereitung zum Opfer fiel, sollte diese Woche darauf eingegangen werden.

Weitere Themen:

Bei seinen Vorbereitungen auf die gefürchtete Statistikaufgabe der Klausur ist der Student S auf das Buch *Zweihundert Klausuraufgaben Statistik (mit Musterlösungen)* gestoßen, aus dem der Dozent alle seine Statistikaufgaben abschreibt. Wegen seiner vielfältigen anderweitigen Verpflichtungen ist S leider nicht in der Lage, mehr als x der Aufgaben und Lösungen durchzulesen, und selbst von diesen kann er die Lösung nur für y Aufgaben so durcharbeiten, daß er sie wirklich versteht.

Bei der Prüfung wird er, wie erwartet, mit einer zufällig ausgewählten Aufgabe aus dem Buch konfrontiert. Falls er deren Lösung durchgearbeitet hat, bekommt er die volle Punktzahl sechs; falls er Aufgabe und Lösung vorher wenigstens durchgelesen hat, ist immerhin noch genug hängengeblieben für zwei Punkte. Bei den ihm unbekannten Aufgaben erhält er keine Punkte, da er das Buch aufgrund widriger Umstände während der Klausur nicht konsultieren kann.

a) Beschreiben Sie seine Punktezahl in der Prüfung durch eine Zufallsvariable!

b) Bestimmen Sie deren Erwartungswert und Standardabweichung in Abhängigkeit von x und y! Welche konkreten Zahlen erhalten Sie für $x = 70$ und $y = 15$?

c) Am Tag vor der Klausur crasht der Computer des Dozenten, so daß er seine Aufgabe nicht wie üblich mit einem Zufallsgenerator auswählen kann, sondern auf Würfeln angewiesen ist. Schlagen Sie ein Verfahren vor, wie er damit eine Aufgabe so auswählen kann, daß jede der zweihundert Aufgaben mit gleicher Wahrscheinlichkeit drankommt!

d) Wie oft muß er mindestens würfeln, und wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß diese Mindestanzahl nicht ausreicht?

e) *Richtig oder falsch:* Sind X und Y voneinander unabhängige Zufallsvariablen mit Erwartungswerten $\overline{x}$ und $\overline{y}$, so ist XY eine Zufallsvariable mit Erwartungswert $\overline{x} \cdot \overline{y}$

f) *Richtig oder falsch:* Ist X eine Zufallsvariable mit Erwartungswerrt $\overline{x}$, so ist X^2 eine Zufallsvariable mit Erwartungswert $\overline{x}^2$.

g) *Richtig oder falsch:* Sind die Zufallsvariablen X, Y voneinander unabhängig, so auch $U = X + 2$ und $V = Y + 3$.

h) Die Zufallsvariable X nehme die Werte $-2, -1, 0, 1$ und 2 mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4}$ an. Berechnen Sie die Erwartungswerte von X und X^2 sowie die Standardabweichung von X!

i) Sie werfen einen perfekt symmetrischen Würfel hundert Mal und berechnen dann das arithmetische Mittel der Augenzahlen. In welchem Intervall wird das Ergebnis mir 99%-iger Wahrscheinlichkeit liegen?

j) Sie haben eine Münze, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 52% mit *Zahl* nach oben zu Boden fällt, während *Kopf* nur in 48% aller Fälle oben liegt. Sie wetten hundert Mal um jeweils 1 DM, daß die Münze auf Zahl fallen wird. Was ist der Erwartungswert Ihres Gewinns?