Wolfgang K. Seiler A5, Zimmer C201
Tel. 2515

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 9. Februar 2001

a) Eine Meßreihe habe Mittelwert $\overline{x}$ und Standardabweichung σ. Ungefähr wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Meßwert größer ist als $\overline{x}+\sigma$?

b) ... und die Wahrscheinlichkeit, daß er kleiner ist als $\overline{x}-\sigma$?

c) *Richtig oder falsch:* Wenn man die Meßgenauigkeit (d.h. die Standardabweichung der Meßreihe) halbiert, wird die Wahrscheinlichkeit, daß der tatsächliche Fehlerbetrag unterhalb einer vorgegebenen Schranke ε liegt, doppelt so groß.

Auf der Rückseite finden Sie einige Funktionswerte von

$$F(z)=\int_{-\infty}^{z} e^{-t^2/2}\,dt\,.$$

Beantworten Sie damit die folgenden Fragen:

d) Der jährliche Höchststand des Pegels Haltern des Flusses Stever ist mit ziemlich guter Genauigkeit normalverteilt mit Mittelwert $4\,m$ und Standardabweichung $2\,m$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Höchststand eines Jahres zwischen zwei und drei Metern liegt?

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Fluß nächstes Jahr irgendwann einen Pegelstand von mehr als sieben Meter erreicht?

f) Was können Sie über die entsprechende Wahrscheinlichkeit für dieses und das letzte Jahr sagen?

g) Ab welchem Pegelstand kann man von einem Jahrhunderthochwasser reden?

h) Können Sie auch sagen, ab welchem Pegelstand man von einem Jahrhhunderttiefststand reden kann?

i) Sie messen eine Stromstärke zehnmal; der Mittelwert Ihrer Meßreihe sei 2,3 A, die Standardabweichung 0,15 A. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der tatsächliche Wert zwischen 2,2 und 2,4 A liegt?

j) Wie sehen die Bedingungen für eine *maximum likelihood*-Schätzung der Parameter a, b aus bei einem vermuteten Zusammenhang der Form $f(t)=ae^{bt}$?

k) Was bedeutet es, wenn die Kovarianzmatrix zwischen n Datensätzen eine Diagonalmatrix ist?

l) Der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Datensätzen $\vec{x}$ und $\vec{y}$ sei ρ. Wie sieht die Korrelationsmatrix aus?

m) Wann verschwindet im obigen Beispiel die Determinante der Korrelationsmatrix?

z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$	z	$F(z)$
0,00	0,500000	0,01	0,503989	0,02	0,507978	0,03	0,511966	0,04	0,515953
0,05	0,519939	0,06	0,523922	0,07	0,527903	0,08	0,531881	0,09	0,535856
0,10	0,539828	0,11	0,543795	0,12	0,547758	0,13	0,551717	0,14	0,555670
0,15	0,559618	0,16	0,563559	0,17	0,567495	0,18	0,571424	0,19	0,575345
0,20	0,579260	0,21	0,583166	0,22	0,587064	0,23	0,590954	0,24	0,594835
0,25	0,598706	0,26	0,602568	0,27	0,606420	0,28	0,610261	0,29	0,614092
0,30	0,617911	0,31	0,621720	0,32	0,625516	0,33	0,629300	0,34	0,633072
0,35	0,636831	0,36	0,640576	0,37	0,644309	0,38	0,648027	0,39	0,651732
0,40	0,655422	0,41	0,659097	0,42	0,662757	0,43	0,666402	0,44	0,670031
0,45	0,673645	0,46	0,677242	0,47	0,680822	0,48	0,684386	0,49	0,687933
0,50	0,691462	0,51	0,694974	0,52	0,698468	0,53	0,701944	0,54	0,705401
0,55	0,708840	0,56	0,712260	0,57	0,715661	0,58	0,719043	0,59	0,722405
0,60	0,725747	0,61	0,729069	0,62	0,732371	0,63	0,735653	0,64	0,738914
0,65	0,742154	0,66	0,745373	0,67	0,748571	0,68	0,751748	0,69	0,754903
0,70	0,758036	0,71	0,761148	0,72	0,764238	0,73	0,767305	0,74	0,770350
0,75	0,773373	0,76	0,776373	0,77	0,779350	0,78	0,782305	0,79	0,785236
0,80	0,788145	0,81	0,791030	0,82	0,793892	0,83	0,796731	0,84	0,799546
0,85	0,802337	0,86	0,805105	0,87	0,807850	0,88	0,810570	0,89	0,813267
0,90	0,815940	0,91	0,818589	0,92	0,821214	0,93	0,823814	0,94	0,826391
0,95	0,828944	0,96	0,831472	0,97	0,833977	0,98	0,836457	0,99	0,838913
1,00	0,841345	1,01	0,843752	1,02	0,846136	1,03	0,848495	1,04	0,850830
1,05	0,853141	1,06	0,855428	1,07	0,857690	1,08	0,859929	1,09	0,862143
1,10	0,864334	1,11	0,866500	1,12	0,868643	1,13	0,870762	1,14	0,872857
1,15	0,874928	1,16	0,876976	1,17	0,879000	1,18	0,881000	1,19	0,882977
1,20	0,884930	1,21	0,886861	1,22	0,888768	1,23	0,890651	1,24	0,892512
1,25	0,894350	1,26	0,896165	1,27	0,897958	1,28	0,899727	1,29	0,901475
1,30	0,903200	1,31	0,904902	1,32	0,906582	1,33	0,908241	1,34	0,909877
1,35	0,911492	1,36	0,913085	1,37	0,914657	1,38	0,916207	1,39	0,917736
1,40	0,919243	1,41	0,920730	1,42	0,922196	1,43	0,923641	1,44	0,925066
1,45	0,926471	1,46	0,927855	1,47	0,929219	1,48	0,930563	1,49	0,931888
1,50	0,933193	1,51	0,934478	1,52	0,935745	1,53	0,936992	1,54	0,938220
1,55	0,939429	1,56	0,940620	1,57	0,941792	1,58	0,942947	1,59	0,944083
1,60	0,945201	1,61	0,946301	1,62	0,947384	1,63	0,948449	1,64	0,949497
1,65	0,950529	1,66	0,951543	1,67	0,952540	1,68	0,953521	1,69	0,954486
1,70	0,955435	1,71	0,956367	1,72	0,957284	1,73	0,958185	1,74	0,959070
1,75	0,959941	1,76	0,960796	1,77	0,961636	1,78	0,962462	1,79	0,963273
1,80	0,964070	1,81	0,964852	1,82	0,965620	1,83	0,966375	1,84	0,967116
1,85	0,967843	1,86	0,968557	1,87	0,969258	1,88	0,969946	1,89	0,970621
1,90	0,971283	1,91	0,971933	1,92	0,972571	1,93	0,973197	1,94	0,973810
1,95	0,974412	1,96	0,975002	1,97	0,975581	1,98	0,976148	1,99	0,976705
2,00	0,977250	2,01	0,977784	2,02	0,978308	2,03	0,978822	2,04	0,979325
2,05	0,979818	2,06	0,980301	2,07	0,980774	2,08	0,981237	2,09	0,981691
2,10	0,982136	2,11	0,982571	2,12	0,982997	2,13	0,983414	2,14	0,983823
2,15	0,984222	2,16	0,984614	2,17	0,984997	2,18	0,985371	2,19	0,985738
2,20	0,986097	2,21	0,986447	2,22	0,986791	2,23	0,987126	2,24	0,987455
2,25	0,987776	2,26	0,988089	2,27	0,988396	2,28	0,988696	2,29	0,988989
2,30	0,989276	2,31	0,989556	2,32	0,989830	2,33	0,990097	2,34	0,990358
2,35	0,990613	2,36	0,990863	2,37	0,991106	2,38	0,991344	2,39	0,991576
2,40	0,991802	2,41	0,992024	2,42	0,992240	2,43	0,992451	2,44	0,992656
2,45	0,992857	2,46	0,993053	2,47	0,993244	2,48	0,993431	2,49	0,993613
2,50	0,993790	2,51	0,993963	2,52	0,994132	2,53	0,994297	2,54	0,994457
2,55	0,994614	2,56	0,994766	2,57	0,994915	2,58	0,995060	2,59	0,995201
2,60	0,995339	2,61	0,995473	2,62	0,995604	2,63	0,995731	2,64	0,995855
2,65	0,995975	2,66	0,996093	2,67	0,996207	2,68	0,996319	2,69	0,996427
2,70	0,996533	2,71	0,996636	2,72	0,996736	2,73	0,996833	2,74	0,996928
2,75	0,997020	2,76	0,997110	2,77	0,997197	2,78	0,997282	2,79	0,997365
2,80	0,997445	2,81	0,997523	2,82	0,997599	2,83	0,997673	2,84	0,997744
2,85	0,997814	2,86	0,997882	2,87	0,997948	2,88	0,998012	2,89	0,998074
2,90	0,998134	2,91	0,998193	2,92	0,998250	2,93	0,998305	2,94	0,998359
2,95	0,998411	2,96	0,998462	2,97	0,998511	2,98	0,998559	2,99	0,998605
3,00	0,998650	3,01	0,998694	3,02	0,998736	3,03	0,998777	3,04	0,998817