Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 26. Januar 2001

a) Berechnen Sie alle Extrema und Sattelpunkte der Funktion $h(x,y) = x^8 - y^4$ auf $\mathbb{R}^2$!

b) Berechnen Sie alle Extrema der Funktion $k(x,y) = x^3 - x^2y + y^2x - y^3$ auf $\mathbb{R}^2$!

c) Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion $\ell(x,y) = \sin x \cos y$ auf $\mathbb{R}^2$!

d) Bestimmen Sie die Maxima und Minima von $f(x,y) = xy$ auf der Kreislinie $x^2 + y^2 = 1$!

e) Bestimmen Sie die Maxima und Minima von $f(x,y,z) = xyz$ auf der Kugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 1$!

f) Bestimmen Sie den größten Quader mit achsenparallelen Kanten, der im Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

liegt!

g) Bestimmen Sie den Maximalwert der Funktion $f(x,y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 \leq 1$! Die Quadrik $Q \subset \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch die Gleichung

$$(x,y)A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1\,,$$

wobei die Determinante der symmetrischen 2×2-Matrix A von Null verschieden sei. Bestimmen Sie jene Punkte der Quadrik, in denen der Abstand zum Punkt $(0,0)$ ein relatives Minimum annimmt! Lassen sich diese Punkte auch geometrisch interpretieren?

h) Bestimmen Sie den Maximalwert der Funktion $f(x,y) = x^2 + 6xy - y^2$ unter der Nebenbedingung $x^2 + 4y^2 \leq 36$!