Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 12. Januar 2001

a) Zeigen Sie, daß das Anfangswertproblem

$$\dot y(t) = \cos y(t), \quad y(0) = 0$$

eindeutig lösbar ist!

b) Formen Sie das Anfangswertproblem

$$\dot y(t) = 2t \cdot \big(y(t) - 2\big), \quad y(0) = 1$$

um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie die ersten Iterationen! Erraten Sie die Lösungsfunktion und bestätigen Sie diese durch Einsetzen!

c) Finden Sie die allgemeine reelle Lösung der folgenden Differentialgleichungen und überlegen Sie sich, wo t liegen muß, damit diese Lösungen existieren:

$$\dot y(t) = \frac{t^2}{e^{y(t)}} \tag{1}$$
$$\dot y(t) = \frac{e^t}{y(t)^2} \tag{2}$$
$$\dot y(t) = e^{t+y(t)} \tag{3}$$
$$\dot y(t) = t^2 y(t)^2 \tag{4}$$
$$\dot y(t) = \frac{t^2}{y(t)^2} \tag{5}$$
$$\dot y(t) = \frac{1+y(t)^2}{1+t^2} \tag{6}$$

Hinweis zu (6)*:* $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$

d) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme und geben Sie jeweils an, wo die Lösungen existieren:

$$\dot y(t) = \frac{t}{y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = 3 \tag{1}$$
$$\dot y(t) = \frac{t}{y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = -3 \tag{2}$$
$$\dot y(t) = \sin^2 t \cdot \cos^2 y(t) \quad \text{mit} \quad y(0) = \frac{\pi}{4} \tag{3}$$
$$\dot y(t) = 1 + y(t)^2 \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \tag{4}$$
$$\dot y(t) = 1 + y(t)^2 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \tag{5}$$
$$y(t)\dot y(t) + \big(1 + y(t)^2\big)\sin t = 0 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \tag{6}$$