WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, ZIMMER C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 15. Dezember 2000

a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$!

b) Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $B = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ 3 & -4 & -5 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$!

c) Was ist e^B ?

d) Was ist e^{Bt} ?

e) Bestimmen Sie die Lösungen des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= 5x(t) - 6y(t) - 6z(t), & x(0) &= 0 \\ \dot{y}(t) &= 3x(t) - 4y(t) - 5z(t), & y(0) &= 0 \\ \dot{z}(t) &= -2x(t) + 4y(t) + 5z(z), & z(0) &= 7 \end{aligned}$$

f) Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $C = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$!

g) Ist C HERMITEsch?

h) Was ist e^C *bzw.* e^{Ct} ?

i) Berechnen Sie $e^{\begin{pmatrix} 0 & -t \\ t & 0 \end{pmatrix}}$!

j) Für Mutige: Berechnen Sie $e^{\begin{pmatrix} 1 & t \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}$! *(Antwort steht im Skriptum, Seite 156.)*

k) Zeigen Sie: Für jede Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ist ${}^tAA$ symmetrisch.

l) Mit welchen komplexen Zahlen a, b, c wird $\begin{pmatrix} 1 & 1+i & a \\ b & 2 & 3-i \\ 1-2i & c & 3 \end{pmatrix}$ eine HERMITEsche Matrix?

m) Welche der folgenden Matrizen A_n sind symmetrisch, welche HERMITEsch? Von welchen wissen Sie, daß $\mathbb{R}^4$ eine Basis aus Eigenvektoren von A_n hat?

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & i & 1 & i \\ i & 1 & i & 1 \\ 1 & i & 1 & i \\ i & 1 & i & 1 \end{pmatrix}, \qquad A_3 = \begin{pmatrix} i & 2i & 3i & 4i \\ 2i & 3i & 4i & 5i \\ 3i & 4i & 5i & 6i \\ 4i & 5i & 6i & 7i \end{pmatrix},$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -i & i & 1 \\ i & -1 & 1 & -i \\ -i & 1 & 1 & -i \\ 1 & i & i & -1 \end{pmatrix}, \quad A_5 = \begin{pmatrix} i & i & i & i \\ -i & i & -i & i \\ -i & i & i & i \\ -i & -i & -i & i \end{pmatrix}, \quad A_6 = \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix}$$