Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 17. November 2000

a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \;!$$

b) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \;!$$

c) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = e^{-t^2+it}\,!$$

d) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = t^2 e^{-t^2}\;!$$

e) Die Fourier-transformierbare Funktion f erfülle die Gleichung

$$\ddot{f}(t) + 4\dot{f}(t) - 3f(t) = g(t)$$

mit einer Fourier-transformierbaren Funktion g. Drücken Sie $\widehat{f}(\omega)$ durch $\widehat{g}(\omega)$ aus!

f) Laut Vorlesung ist die Fourier-Transformierte von $N_\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}}$ für jedes $\sigma \in \mathbb{R}$ gleich der Funktion $g_\sigma(\omega) = e^{\frac{-\sigma^2\omega^2}{2}}$. Berechnen Sie für alle $t, \omega \in \mathbb{R}$ die Grenzwerte $\lim\limits_{\sigma\to 0} N_\sigma(t)$ und $\lim\limits_{\sigma\to 0} g_\sigma(\omega)$!

g) Interpretieren Sie das vorige Ergebnis als Aussage über eine (hypothetische) Fourier-Transformation der Funktion $f(t) = 1$!

h) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei eine reellwertige Funktion, deren Fourier-Transformierte $\widehat{f}(\omega)$ existiere. Drücken Sie Real- und Imaginärteil von $\widehat{f}(\omega)$ durch reelle Integrale aus!

i) Welche dieser Integrale verschwinden für gerade *bzw.* ungerade Funktionen f ?