Wolfgang K. Seiler — A5, C201
Tel. 2515

15. Februar 2001

16. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Eine Meßreihe habe Mittelwert 3,8 und Standardabweichung 0,1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der dritte Meßwert größer als vier?

2) Zur Bestimmung des wahren Werts einer physikalischen Meßgröße werde diese fünfzigmal gemessen; die entsprechende Meßreihe habe einen Mittelwert von 3,145 und eine Standardabweichung von 0,07. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der wahre Wert zwischen 3,14 und 3,145?

3) Bestimmen Sie ein Intervall, in dem der wahre Wert mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit liegt.

4) Die Zufallsvariable X habe Mittelwert $\overline{x}$ und Standardabweichung σ. Bestimmen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen $U = 2X + 1$!

5) *Richtig oder falsch:* Sind X, Y zwei beliebige, eventuell voneinander abhängige Zufallsvariable, so sind die beiden Zufallsvariablen $X + Y$ und $X - Y$ voneinander unabhängig.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Zwischen 1911 und 1960 wurden jedes Jahr die mittleren Oktobertemperaturen in München gemessen; der Mittelwert der 50 Werte ist 7,974 und die Standardabweichung 1,416. Wir nehmen an, die Meßwerte seien normalverteilt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die mittlere Temperatur in einem bestimmten Jahr zwischen sieben und acht Grad liegt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sie unter sechs Grad sinkt?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sie auf über zehn Grad steigt?

d) Wie warm muß es werden, daß man von einem „Jahrhundertherbst“, reden kann, d.h. einen Oktober, der so warm ist, wie es nur einmal alle hundert Jahre vorkommt?

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
Ein „Dämon“ im Sinne des Laplaceschen Fehlermodells kann beschrieben werden durch eine Zufallsvariable X, die nur die beiden Werte $\pm\varepsilon$ annehmen kann, wobei die Wahrscheinlichkeit für jeden der beiden Werte gleich $\frac{1}{2}$ ist.

a) Beschreiben Sie auch den Effekt von n voneinander unabhängigen Dämonen, von denen jeder einen Fehler von $\pm\varepsilon/\sqrt{n}$ erzeugt, durch eine Zufallsvariable X_n,und geben Sie deren Wertebereich und Wahrscheinlichkeitsverteilung an!

b) Welchen Erwartungswert hat diese Zufallsvariable?

c) Was können Sie für große Werte von N über die Wahrscheinlichkeitsverteilung sagen?

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
X und Y seien zwei Zufallsvariablen mit Korrelationskoeffizient ρ.

a) Bestimmen Sie die Korrelationsmatrix zwischen X und Y und deren Eigenvektoren!

b) Rechnen Sie nach, daß die den beiden Eigenvektoren entsprechenden Zufallsvariablen in der Tat unkorreliert sind.

KEINE ABGABE -- FROHE FERIEN !