Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

11. Januar 2001

11. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^2$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine Lösung in $[0, 1]$.

2) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine reelle Lösung.

3) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \tan y(t)$ mit $y(0) = 0$ hat in $[0, 1]$ nur die Nullösung.

4) Für welche Werte von t_0 ist das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = -t/y$ mit $y(t_0) = y_0$ eindeutig lösbar?

5) Finden Sie alle Lösungen von $\dot{y}(t) = -t/y$!

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*

a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \big(3 - 3y(t)\big) \cdot t^2$ mit $y(0) = 2$ um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von $y_0(t) = 2$, mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!

b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

c) Zeigen Sie, daß die erratene Lösung in jedem Intervall $[0, a]$ und damit auf ganz $\mathbb{R}_{\geq 0}$ die einzige Lösung ist!

Aufgabe 2: (*6 Punkte)*

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $\dot{y}(t) = \dfrac{1}{\cos y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = 0$ *b)* $\dot{y}(t) = \dfrac{t}{\cos y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = \dfrac{\pi}{2}$

c) $\dot{y}(t) = \dfrac{\sin t}{\cos y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = 3\pi$

Aufgabe 3: (*4 Punkte)*

1960 wurde anhand der damals vorliegenden Daten (von drei amerikanischen Elektrotechnikern) vorgeschlagen, daß die Weltbevölkerung $N(t)$ zum Zeitpunkt t gemäß dem Gesetz $\dot{N}(t) = aN(t)^b$ wachsen sollte mit $a > 0$ und $b > 1$.

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung!

b) Diskutieren Sie das qualitative Verhalten der Lösungsfunktionen!

c) Welche Bedingung muß die Integrationskonstante C mindestens erfüllen, falls diese Gleichung für den gegenwärtigen Zeitpunkt ein realistisches Modell sein sollte?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 18. Januar 2001, um 13.45 Uhr